

# UFPA

PPGEC

## Universidade Federal do Pará

---



Roberto Ferreira da Silva

### **Desempenho de Normas de Projetos para a Estimativa de Resistência à Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Transferência de Momentos**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

Instituto de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Dissertação orientada pelo Professor Maurício de Pina Ferreira

Belém – Pará – Brasil

2023



**Roberto Ferreira da Silva**

**DESEMPENHO DE NORMAS DE PROJETOS PARA A ESTIMATIVA DE  
RESISTENCIA À PUNÇÃO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM  
TRANSFERÊNCIA DE MOMENTOS**

Projeto de Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Pará como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Belém

Belém, 04 de novembro de 2023.

# CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Roberto Ferreira da Silva

TÍTULO: Desempenho de Normas de Projetos Para a Estimativa de Resistência à Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Transferência de Momentos

GRAU: Mestre      ANO: 2023

É concedida à Universidade Federal do Pará permissão para reproduzir cópias dessa dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

**Roberto Ferreira da Silva**

Av. Augusto Corrêa, nº 1, Campus Universitário do Guamá, Laboratório de Engenharia Civil.  
Guamá, Belém, Pará. CEP: 66075-970

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) de acordo com ISBD  
Sistema de Bibliotecas da Universidade Federal do Pará  
Gerada automaticamente pelo módulo Ficat, mediante os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

---

F383d    Ferreira da Silva, Roberto.  
Desempenho de Normas de Projetos Para a Estimativa de Resistência à Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Transferência de Momentos / Roberto Ferreira da Silva. — 2023.  
100 f. : il. color.

Orientador(a): Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Pará,  
Instituto de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Belém, 2023.

1. Laje. 2. Punção. 3. Momento desbalanceado. 4. Normas.  
I. Título.

CDD 624

---

# DESEMPENHO DE NORMAS DE PROJETOS PARA A ESTIMATIVA DE RESISTENCIA À PUNÇÃO DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM TRANSFERÊNCIA DE MOMENTOS

AUTOR:

**ROBERTO FERREIRA DA SILVA**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À BANCA  
EXAMINADORA APROVADA PELO COLEGIADO DO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
ENGENHARIA CIVIL DO INSTITUTO DE  
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
PARÁ, COMO REQUISITO PARA OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL NA  
ÁREA DE ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADO EM: 26 / 12 / 2023.

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente



**MAURICIO DE PINA FERREIRA**

Data: 22/01/2024 18:49:37-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Maurício de Pina Ferreira

Orientador (UFPA)

Documento assinado digitalmente



**MARCOS HONORATO DE OLIVEIRA**

Data: 24/01/2024 15:30:29-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Marcos Honorato de Oliveira

Membro Externo (UnB)

Documento assinado digitalmente



**MANOEL JOSE MANGABEIRA PEREIRA FILHO**

Data: 25/01/2024 22:45:19-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Manoel José Mangabeira Pereira Filho

Membro Externo (UFPA)

Documento assinado digitalmente



**LUCIANA DE NAZARE PINHEIRO CORDEIRO**

Data: 25/01/2024 22:01:09-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Luciana de Nazaré Pinheiro Cordeiro

Membro Interno (UFPA)

Visto:

Prof. Dr. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira  
Coordenador do PPGE / ITEC / UFPA

## **Resumo**

O sistema estrutural com lajes lisas de concreto tem se destacado por proporcionar maior versatilidade arquitetônica em edifícios. No entanto, é essencial que a estrutura seja adequadamente dimensionada, considerando os requisitos mínimos de segurança e o estudo do efeito da punção, para evitar rupturas localizadas e possíveis colapsos progressivos.

Em lajes lisas de concreto, as tensões geralmente ocorrem nas regiões de ligações laje-pilar, resultantes da transmissão de momentos devido à excentricidade no apoio. Este trabalho tem como objetivo avaliar o desempenho de normas na estimativa da resistência à punção em lajes lisas com transferências de momentos desbalanceados. A avaliação será baseada em um banco de dados com 120 resultados experimentais provenientes de ligações internas laje-pilar, sem a presença de armadura de reforço à punção.

As recomendações para projetos apresentadas pelas normas para estimativa da resistência à punção em ligações entre laje-pilar apresentam divergências. Este trabalho verificará as particularidades e contribuições das principais normas, como a ABNT NBR 6118:2023, Eurocode 2:2014, ACI 318:2019 e as recomendações do fib MODEL CODE 2010:2013, para a previsão da resistência à punção. Também será analisado o banco de dados composto por cargas excêntricas, investigando o efeito da excentricidade  $e$  ( $M/V$ ) nas previsões normativas.

A avaliação dos modelos propostos foi realizada por meio da razão entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura teórica ( $V_u/V_{R,teo}$ ). Os resultados indicaram conservadorismo das normas na estimativa da punção. Apesar dos estudos já realizados sobre o tema, ainda é necessário um aprimoramento dos parâmetros normativos para aproximar a resistência à punção em lajes lisas com transferências de momentos desbalanceados.

### **Palavras-chave:**

**Laje, punção, momento desbalanceado, normas.**

## **Abstract**

The structural system utilizing flat concrete slabs has gained prominence for offering enhanced architectural versatility in buildings. However, it is imperative that the structure is properly designed, taking into account minimum safety requirements and a study of the punching shear effect to prevent localized failures and potential progressive collapses.

In concrete flat slabs, stresses typically concentrate at the slab-column connections due to the transmission of moments caused by eccentricities at the support. This study aims to assess the performance of design standards in estimating punching shear resistance in flat slabs with unbalanced moment transfers. The evaluation is based on a database comprising 120 experimental results from internal slab-column connections without the presence of punching shear reinforcement.

Design code recommendations provided by standards for estimating punching resistance in slab-column connections exhibit discrepancies. This research will examine the specifics and contributions the main design codes for concrete structures, such as ABNT NBR 6118:2023, Eurocode 2:2014, ACI 318:2019, and recommendations from the fib MODEL CODE 2010:2013, regarding the prediction of punching resistance. Additionally, the database, consisting of eccentric loads, will be analyzed to investigate the impact of eccentricity and  $e (M/V)$  on the code predictions.

The evaluation of the proposed models was conducted by comparing the experimental ultimate load capacity to the theoretical ultimate load capacity ( $V_u/V_{R,teo}$ ). The results indicated conservative in the codes in estimating punching shear resistance. Despite prior studies on this topic, there remains a need for refining code parameters to improve the prediction of punching shear resistance in flat slabs with unbalanced moment transfers.

### **Keywords:**

**Slab flat, punching shear, unbalanced moment, code.**

## Sumário

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
1.1.	JUSTIFICATIVA	14
1.2.	OBJETIVOS	15
1.2.1.	OBJETIVO GERAL	15
1.2.2.	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
1.3.	ESTRUTURA DO TRABALHO	16
<b>2.</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>17</b>
2.1.	CONCEITOS DE PUNÇÃO	17
2.1.1.	PUNÇÃO SIMÉTRICA	18
2.1.2.	PUNÇÃO ASSIMÉTRICA	18
2.1.3.	PUNÇÃO EXCÊNTRICA	19
2.1.4.	EFEITOS DA TRANSFERÊNCIA DE MOMENTOS DESBALANCEADOS	21
2.2.	PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO	23
2.2.1.	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO ( $f_{ck}$ )	23
2.2.2.	TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO TRACIONADA ( $\rho$ )	24
2.2.3.	DIMENSÕES E GEOMETRIA DO PILAR	25
2.2.4.	ALTURA ÚTIL DA LAJE E A CONSIDERAÇÃO DO SIZE EFFECT ( $\xi$ )	26
2.3.	CONFIGURAÇÕES DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS REALIZADOS	28
2.4.	PRINCIPAIS TRABALHOS REALIZADOS ACERCA DO TEMA	30
2.4.1.	MODELO PROPOSTO POR JOHANNES MOE	30
2.4.2.	MÉTODO DE DI STASIO AND VAN BUREN E DO COMITÉ ACI-ASCE 32633	
2.4.3.	CONTRIBUIÇÕES DE HANSON AND HANSON	34

2.4.4. CONTRIBUIÇÕES DE HAWKINS, FALLSEN, AND HINOJOSA	37
2.4.5. CONTRIBUIÇÕES DE ZAGHLOOL	38
2.4.6. CONTRIBUIÇÕES DE HAWKINS E CORLEY	39
2.4.7. INFLUÊNCIA DA FORMA DO PILAR NA RESISTÊNCIA DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR POR VANDERBILT	40
2.4.8. LIGAÇÕES ENTRE LAJE E PILAR SUBMETIDAS A MOMENTOS DESBALANCEADOS TESTADAS POR STAMENKOVIC	41
2.4.9. CONTRIBUIÇÕES DE REGAN	42
2.4.10. <i>SIZE EFFECT</i> EM LAJES COM MOMENTO DESBALANCEADOS POR NETH, DE PAIVA, E LONG	44
2.4.11. PILARES DE CENTRO COM MOMENTOS DESBALANCEADOS POR HAWKINS, BAO E YAMAZAKI	45
2.4.12. CORDOVIL, KAMARALDIN E SOUZA	46
2.4.13. FERREIRA	47
2.4.14. OLIVEIRA (2012)	50
2.4.15. OLIVEIRA (2013)	50
2.5. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	55
2.5.1. ABNT NBR 6118:2023	55
2.5.2. ACI 318-19	58
2.5.3. EUROCODE 2:2014	61
2.5.4. CEB-FIP MODEL CODE 2010:2013	65
<b>3. METODOLOGIA</b>	<b>70</b>
3.1. BANCO DE DADOS	70
3.2. CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO	75



<b>4.</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>77</b>
4.1.	COMPARAÇÃO COM AS PREVISÕES NORMATIVAS	77
4.2.	INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NOS MODELOS ENSAIADOS E NAS PREVISÕES NORMATIVAS	80
<b>5.</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>89</b>
5.1.	SUGESTÕES PARA ATIVIDADES FUTURAS	91
<b>6.</b>	<b>REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>92</b>

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Valores de K segundo a NBR 6118:2023 .....	57
Tabela 2 – Valores modificados máximos de $\gamma f$ para lajes bidirecionais não protendidas (adaptado ACI 318-19, Seção 8.4.2.2.4).....	61
Tabela 3 – Valores de K segundo Eurocode 2:2014.....	63
Tabela 4 – Banco de dados. ....	71
Tabela 5 – Critérios de avaliação $V_u/V_{R,teo}$ .....	76

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Laje lisa (Modificada Ferreira, 2010).....	11
Figura 1.2 – Desabamento do Shopping Rio Poty (Werneck, 2017)......	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Figura 2.1 – Diferentes tipos situações de punção em lajes lisas de concreto armado – (Tassinari, 2011). .....	17
Figura 2.2 – Ruptura por punção em lajes sem armadura de cisalhamento. (Tassinari, 2011)	18
Figura 2.3 – Padrão de fissuração na ruptura por punção – (Adap. Oliveira, 2013) .....	20
Figura 2.4 – Concentração de esforço cortante devido ao momento desbalanceado representado pelo método dos campos de cisalhamento – (TASSINARI, 2011).....	21
Figura 2.5 – Esforços solicitantes transferidos entre laje e pilar (Oliveira, 2013).....	22
Figura 2.6 – Diagramas de interação para ligações entre laje e pilar excentricamente carregados (Stamenkovic e Chapman, 1974).....	23
Figura 2.7 – Influência da taxa de armadura de flexão tracionada (Santos, 2011).....	25
Figura 2.8 – Variação da resistência nominal de cisalhamento em função da altura útil (Ferreira, 2010) .....	28
Figura 2.9 – Configurações de ensaios utilizadas na literatura (Drakatos et. al 2016).....	29
Figura 2.10 – Esforços internos e tensões de cisalhamento verticais atuantes na seção crítica segundo Moe (1961) .....	32
Figura 2.11 – Dimensões e linha de carga das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968).	35
Figura 2.12 – Configuração das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968).....	36
Figura 2.13 – Diagrama de interação momento-cisalhamento por Zaghlool (1971).....	39
Figura 2.14 – Pilar da ligação laje-pilar submetido a carregamento combinado Laguta (2020) .....	40
Figura 2.15 – Carga vertical versus envelope de momento para amostras de pilares quadrados de 6 polegadas testadas por Hanson e Hanson (1968) (N. Hawkins & Corley, 1971)).....	40
Figura 2.16 – Resistencia de cisalhamento versus excentricidade em ligações internas (Regan, 1981) .....	43
Figura 2.17 - Dimensões em mm e layout de carregamento das lajes ensaiadas por .....	48
Figura 2.18 - Sistema de aplicação de cargas das lajes ensaiadas por Ferreira (2010).....	49
Figura 2.19 - Esquema de ensaio do pórtico de reação metálico por Oliveira (2013).....	52
Figura 2.20 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LN (Oliveira, 2013). .....	53

Figura 2.21 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LS e LW (Oliveira, 2013).....	53
Figura 2.22 – Perímetro crítico em pilares internos NBR 6118:2023 .....	55
Figura 2.23 – Dedução da tensão solicitante máxima em ligações laje-pilar internas (Santos, 2018) .....	56
Figura 2.24 – Seção crítica localizada a $0,5d$ de distância do pilar de acordo com ACI 318-19 (ACI Committee 318, 2019) .....	58
Figura 2.25 – Tensões solicitantes em ligações laje-pilar internas (Santos, 2018).....	59
Figura 2.26 – Perímetro de controle segundo o (Eurocode 2:2014) .....	62
Figura 2.27 – Momentos fletores nas duas direções (Santos, 2018).....	64
Figura 2.28 – Seção crítica localizada a $0,5d_v$ de distância da coluna (Mode Code 2010:2013) .....	65
Figura 2.29 – Altura útil ( $d$ ) e altura útil efetiva ( $d_v$ ) da laje (Adaptado fib MODEL CODE 2010) .....	65
Figura 2.30 – Rotação ( $\psi$ ) da laje em torno da região de suporte (fib MODEL CODE 2010) .....	67
Figura 2.31 – Determinação das excentricidades $e_{u,x}$ e $e_{u,y}$ (Santos, 2018) .....	68
Figura 2.32 – Dimensões da faixa de suporte (fib MODEL CODE 2010).....	69
Figura 3.1 – Distribuição das características dos espécimes que compõe o banco de dados ...	75
Figura 4.1 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura de lajes à .....	77
Figura 4.2 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela raiz quadrada da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ). .....	81
Figura 4.3 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela altura útil da laje ( $d$ ).....	81
Figura 4.4 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pelas propriedades geométricas das lajes: $J \text{ mm}^4$ (ACI 318), $W \text{ mm}^4$ (Eurocode 2 e NBR 6118) e $k\psi$ (Model Code2010) .....	82
Figura 4.5 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela excentricidade ( $e$ ).....	83
Figura 4.6 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela taxa da armadura de flexão ( $\rho$ ).....	84
Figura 4.7 – Análise das tensões cisalhantes e de momento fletor. ....	87

## 1. INTRODUÇÃO

A NBR 6118:2023 classifica as lajes lisas como sistemas estruturais isentos de vigas, nas quais elas se apoiam diretamente nos pilares ou por intermédio de capitéis, conforme ilustrado na Figura 1.1. Esse sistema estrutural ganhou destaque como uma alternativa ao método construtivo convencional, apresentando diversas vantagens, tais como facilidade de execução, redução de consumo de materiais, e maior flexibilidade arquitetônica, uma vez que dispensa o uso de vigas.

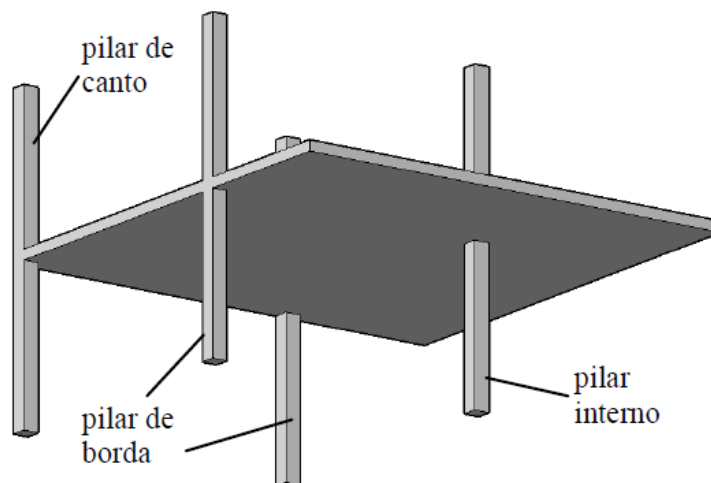


Figura 1.1 – Laje lisa (Modificada Ferreira, 2010)

Apesar das vantagens citadas acima, o sistema estrutural com lajes lisas demonstra um comportamento complexo na distribuição das cargas à flexão e ao cisalhamento. Outra desvantagem, conforme Silva (2018) observou, é a redução da rigidez global e o aumento da fissuração. Um problema emblemático associado às lajes lisas é a possibilidade de ruptura devido ao fenômeno conhecido como punção, que ocorre devido à concentração de esforços em áreas pequenas das lajes, resultando em sua perfuração, geralmente na região de ligação entre o pilar e a laje.

Ao longo dos anos, têm sido registrados inúmeros casos de colapsos de lajes lisas de concreto em edificações ao redor do mundo, devido ao fenômeno da punção. Um exemplo notável ocorreu após o terremoto de Christchurch de 2011, onde a estrutura teve seu colapso considerando este fenômeno (ver Figura 1.2).



a)



b)

Figura 1.2 - Colapso do Edifício de Estacionamento de Carros da Smiths City após o terremoto de Christchurch de 2011 (Kam et al., 2011).

De acordo com Albuquerque (2014), o fenômeno da punção está relacionado à resistência de uma seção crítica ao esforço cisalhante e se caracteriza por sua fragilidade. Ele ocorre com o surgimento de pequenos deslocamentos, muitas vezes de forma frágil e com poucos ou nenhum aviso prévio. Um outro aspecto de grande relevância é a dificuldade em prever de forma precisa o comportamento e a capacidade resistente da ligação entre a laje e o pilar.

Casos que envolvem a transferência de momentos desbalanceados do pilar para a laje são mais representativos de situações reais, isso se deve ao fato de que na literatura, é mais comum encontrar estudos que se concentram em lajes concêntricas ao investigar o fenômeno da punção em estruturas de concreto. Isso ocorre porque esses casos apresentam uma complexidade maior em comparação com as situações de lajes excêntricas com transferência de momentos, que são menos frequentes. Nos cenários reais, essas excentricidades estão associadas a diversas condições, como ação de cargas horizontais provocadas pelo vento, ou situações de projeto que induzem excentricidades, como vãos assimétricos, deformações devido à retração e fluência diferencial entre lajes contínuas, além dos efeitos de abalos sísmicos.

A análise dos efeitos dos momentos desbalanceados nas ligações entre laje e pilar tem sido objeto de estudo ao longo das últimas décadas, com contribuições significativas de pesquisadores como Moe (1961), Hanson e Hanson (1968), Stamenkovic e Chapman (1974), Regan et al. (1979), Simmonds e Alexander (1987), Moehle (1988), Elgabry e Ghali (1996), Krüeger et al. (2000), Ferreira (2010), Oliveira (2013), Almeida et al. (2016), Drakatos et al.

(2016) e Succi et al. (2021). Moe (1961) introduziu o conceito de excentricidade do cisalhamento, no qual parte do momento é transferida na ligação laje-pilar para as armaduras de flexão, enquanto o restante é transmitido por cisalhamento ao redor do pilar. De acordo com Ferreira (2010) este método ainda serve de base para as recomendações normativas referentes a essa situação de projeto.

Atualmente, para o dimensionamento das ligações laje-pilar em relação à punção, são comumente adotadas as recomendações normativas disponíveis, que se baseiam em modelos semiempíricos. Esses modelos consideram uma seção crítica da laje, posicionada ligeiramente afastada do pilar. No presente trabalho, é conduzida uma análise dos procedimentos de cálculo e normas de referência relacionadas a resistência a punção em três importantes normas de projeto para estruturas de concreto: a NBR 6118:2023, o Eurocode 2:2014 e o ACI 318:2019, além das recomendações apresentadas pelo *fib* Model Code 2010:2013.

As normas consideram diretamente alguns parâmetros em suas formulações. Esses parâmetros incluem a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), a altura útil da laje ( $d$ ) e a taxa de armadura à flexão ( $\rho$ ), além da excentricidade ( $e$ ) que é considerada indiretamente. As normas também empregam parâmetros distintos relacionando as dimensões do pilar à altura útil da laje, como o " $J$ " no ACI (semelhante ao momento de inércia polar) e o " $W$ " no Eurocode 2:2014 e na NBR 6118:2023 (representando o módulo de resistência plástica).

O *fib* Model Code 2010:2013 incorpora um modelo mecânico que se fundamenta na Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento desenvolvida por Muttoni (2008). De acordo com o autor, a capacidade de resistência da laje à punção está intrinsecamente ligada à magnitude da abertura de uma fissura crítica. Essa abertura de fissura pode ser correlacionada com a rotação que a laje experimenta em cada nível de carga aplicada ( $\psi$ ).

Pesquisas anteriores, como as de Drakatos et al. (2016), revelam que os estudos experimentais sobre lajes à punção com transferência de momentos desbalanceados variam consideravelmente nas condições de contorno e na aplicação da carga vertical. Estes estudos geralmente se enquadram em três configurações principais. Sendo notável a prevalência de configurações com excentricidade no apoio do pilar.

Compreender a influência desses parâmetros nas previsões de resistência à punção, conforme prescrito pelas normas, é crucial para a precisão do dimensionamento e pode resultar em estimativas mais precisas ou distantes dos valores reais. Portanto, a análise detalhada desses

parâmetros e suas interações é fundamental para o projeto seguro e eficiente de estruturas de concreto.

Embora pesquisas anteriores sobre o fenômeno de punção já tenham sido conduzidas, ainda se tem a necessidade de aprofundar ainda mais os estudos, especialmente quando se trata de lajes com transferência de momentos desbalanceados nas ligações laje-pilar. Essa transferência pode ser simulada experimentalmente por meio da resultante de forças horizontais no pilar ou por uma excentricidade no apoio do pilar, conforme destacado por Albuquerque (2014). Nesses contextos, a análise das lajes sujeitas a momentos desbalanceados torna-se crucial para garantir a segurança e a eficiência das estruturas de concreto.

## **1.1. JUSTIFICATIVA**

As prescrições normativas para projetos de concreto são fundamentadas em modelos estruturais, estudados por vários pesquisadores ao longo do tempo. No entanto, alguns fatores podem não ser considerados nos modelos normativos, o que diminui a precisão dos resultados obtidos a partir da norma em relação ao valor real. Isso pode tornar os resultados inseguros ou, em alguns casos, excessivamente conservadores.

Este trabalho fornecerá uma base para a discussão e possível revisão das normas existentes, ressaltando a importância das atualizações normativas como um fator central de interesse. Ao oferecer uma compreensão das limitações e possíveis melhorias nas prescrições normativas, será possível identificar quais normas possuem melhor desempenho. Isso permitirá uma eficiência no dimensionamento à punção em lajes lisas de concreto armado sujeitas a momentos desbalanceados, em termos de economia e segurança.

Esta dissertação contribuirá para o avanço dos estudos no campo da punção em lajes lisas de concreto armado. Além disso, servirá como ponto de partida para futuras pesquisas que possam conduzir a uma nova disposição normativa mais precisa e segura.



## 1.2. OBJETIVOS

### 1.2.1. OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem como objetivo principal realizar uma investigação entre os resultados obtidos experimentalmente através de um banco de dados e os obtidos pelas estimativas de resistência à punção das normas; ACI 318:2019, Eurocode 2:2014, NBR 6118:2023, e *fib* Model Code 2010:2013, podendo avaliar desse modo o desempenho de cada norma utilizada para previsão da resistência à punção diante a transferência de momento desbalanceados na ligação laje-pilar.

### 1.2.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Efetuar um levantamento abrangente de ensaios conduzidos em lajes, levando em consideração a transferência de momentos desbalanceados associados ao fenômeno de punção, com o propósito de compilar um banco de dados sólido e representativo;
- avaliar o grau de concordância entre os valores obtidos experimentalmente ( $V_u$ ) e os valores teóricos ( $V_{R,teo}$ ) conforme estabelecido pelas normas ACI 318:2019, Eurocode 2:2014, ABNT NBR 6118:2023 e *fib* Model Code 2010:2013
- A relação dos parâmetros “W” (módulo de resistência plástica) nas prescrições da NBR 6118:2023 e do Eurocode 2:2014, “J” (semelhante ao momento de inércia polar) prescrito no ACI 318:2019 e “ $k_\psi$ ” o parâmetro que considera as rotações da laje no *fib* MODEL CODE 2010:2013;
- Avaliar a influência da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ), a Resistência Característica do Concreto à Compressão ( $f_c$ ), a altura útil da laje ( $d$ ) e o efeito da excentricidade na resposta das ligações laje-pilar para modelos sem armadura de reforço ao cisalhamento na previsão dos modelos teóricos do ACI 318:2019, Eurocode 2:2014, ABNT NBR 6118:2023 e *fib* Model Code 2010:2013 para previsão de ruptura de ligações laje-pilar;

### **1.3. ESTRUTURA DO TRABALHO**

O *capítulo 1* apresenta a problemática tratada nesse projeto de dissertação, além da justificativa e objetivos

O *capítulo 2* apresenta uma revisão geral da literatura acerca do efeito de punção em lajes lisas, além dos critérios de cálculos de normas vigentes.

O *capítulo 3* apresenta a metodologia utilizada nesse projeto de dissertação que consiste no cálculo da resistência à punção de lajes lisas com transferência de momentos desbalanceados, além dos critérios de coleta para montagem do banco de dados.

O *capítulo 4* apresenta os resultados e a análise para cada um dos métodos normativos de cálculo utilizados, assim como a comparação entre eles.

O *capítulo 5* apresenta a conclusão e as considerações finais.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. CONCEITOS DE PUNÇÃO

O conceito de punção se dá pelo fenômeno que ocorre em um elemento plano, como as lajes, quando são aplicadas neste forças concentradas ou que atuam em pequenas áreas ocorrendo em seguida no surgimento de elevadas tensões cisalhantes podendo ocasionar a ruptura.

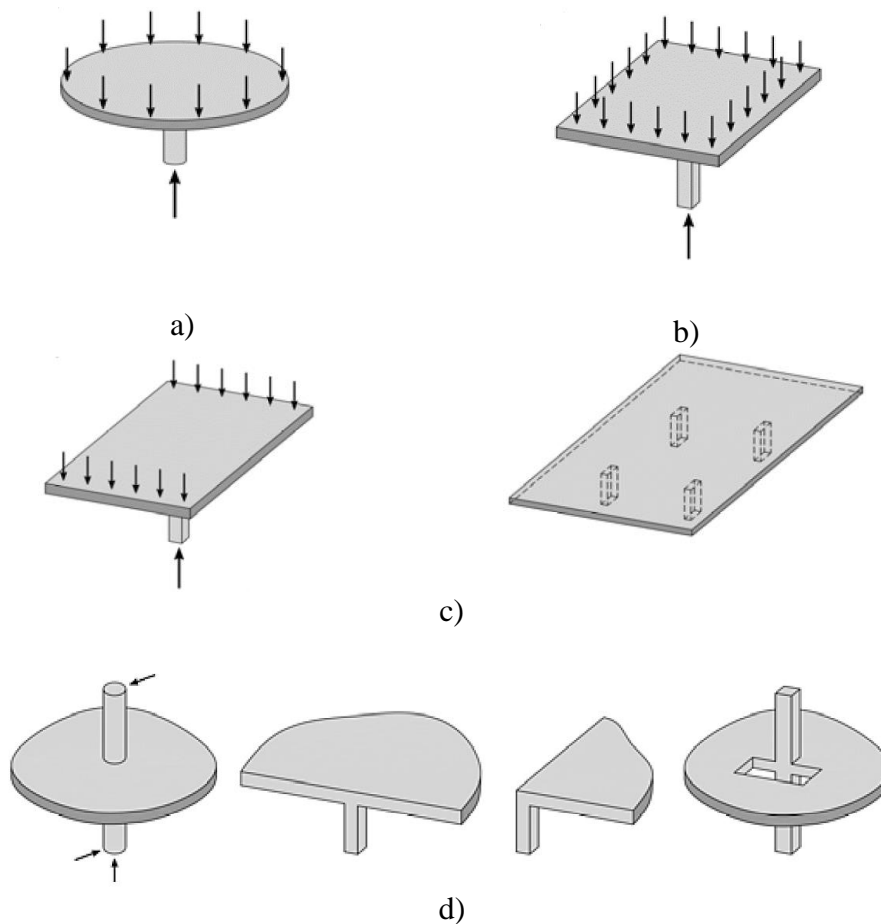


Figura 2.1 – Diferentes tipos situações de punção em lajes lisas de concreto armado – (Tassinari, 2011).

O fenômeno de punção pode ser classificado usualmente em dois tipos, sendo simétrica e não simétrica. A punção é considerada simétrica quando a geometria, as cargas, a distribuição, a configuração da armadura de flexão e as condições de contorno puderem ser tidas simétricas em relação ao eixo de simetria da ligação laje-pilar, conforme mostrado nas Figuras 2.1a e 2.1b. Caracteriza o caso especial de punção axissimétrica quando a simetria é relativa a todos os eixos radiais.

Sem tem o caso de punção não simétrica ou assimétrica quando alguma destas condições não for satisfeita. Sendo ainda necessário a separação de duas situações distintas para este caso: a punção assimétrica sem excentricidade ou centrada, (ver Figura. 2.1c) e a punção assimétrica com excentricidade ou excêntrica (ver Figura. 2.1d). A diferença entre estes dois casos é que, na situação de punção excêntrica, as condições de assimetria geram uma diferença na intensidade do momento fletor na ligação que é transferido da laje para o pilar por cisalhamento, torção e flexão. De acordo com Oliveira (2013), este momento é chamado, portanto, de momento desbalanceado ou momento de engastamento.

#### 2.1.1. PUNÇÃO SIMÉTRICA

Como pode ser visualizado na Figura 2.2 A punção simétrica se caracteriza com a superfície de ruptura se dando pelo esmagamento da biela comprimida junto à região de apoio e por tração diagonal do concreto em uma superfície de ruptura com formato próximo ao de um tronco de cone. Onde a inclinação do cone de ruptura é normalmente admitida entre  $25^\circ$  e  $35^\circ$  para lajes sem armadura. A punção simétrica pode ser observada, por exemplo, em ligações com pilares internos de pavimentos contendo vãos iguais em todas as direções.

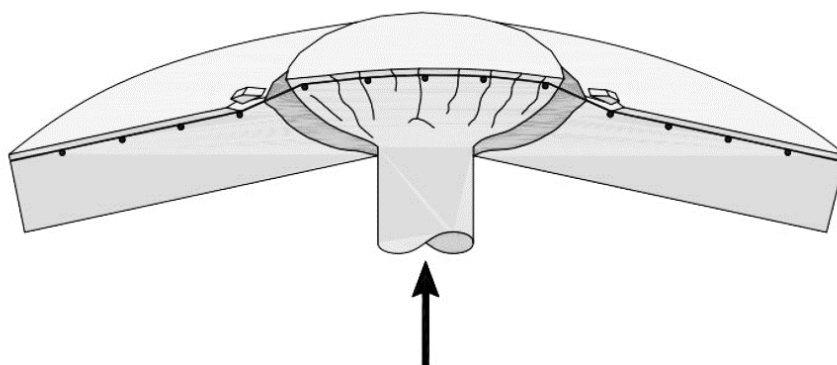


Figura 2.2 – Ruptura por punção em lajes sem armadura de cisalhamento. (Tassinari, 2011)

#### 2.1.2. PUNÇÃO ASSIMÉTRICA

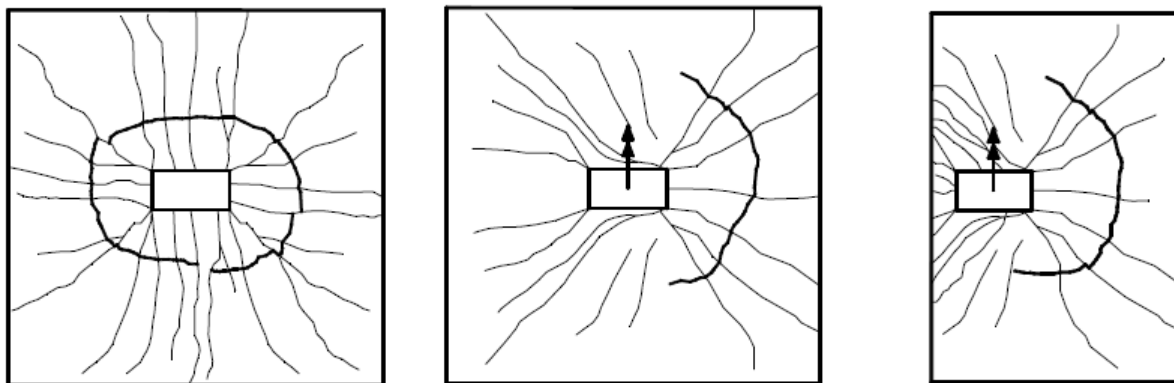
A punção assimétrica pode ser ocasionada por fatores como: vãos com comprimentos diferentes em suas direções ortogonais, carregamentos diferentes em direções ortogonais, diferentes taxas de armadura de flexão em ambas as direções e variações da geometria dos pilares ou áreas de apoio. Para este, se tem como exemplos a arquitetura de edificações projetada para atender alguma disposição funcional.

Em razão da punção assimétrica possuir a distribuição das forças cortantes na ligação entre laje e pilar também de forma assimétrica pela rotação desigual da laje em relação às faces do pilar, sendo essas rotações relacionadas com a abertura das fissuras, Sagaseta et al. (2011) diz que a resistência à punção não é uniformemente distribuída na face da superfície crítica de cisalhamento por consequência disso.

### 2.1.3. PUNÇÃO EXCÊNTRICA

Quando se tem na ligação laje-pilar a transferência de momento fletor, a punção se classifica como excêntrica. Podendo ser ocasionada a partir das cargas de ventos e entre outras ações laterais na estrutura, se dando dessa forma principalmente por cargas assimétricas em relação à ligação. Se tendo como exemplos em projetos de edificações da punção excêntrica, a utilização de pilares de borda e pilares de canto, uma vez que estes estarão sempre sujeitos à ação de excentricidades geradas pelo carregamento. Para os casos de pilares internos, Oliveira (2013), diz que a transferência de momento fletor ocorre na maioria das vezes em projetos de estruturas com arquitetura relativamente mais arrojada onde a assimetria dos vãos é mais frequente.

Na Figura 2.3, podemos observar diferentes cenários de fissuração na superfície de ruptura de uma laje. É perceptível a presença de assimetria nas fissuras quando a laje é submetida a um carregamento excêntrico. Além disso, é possível identificar semelhanças entre a ruptura de uma laje com pilar interno sob ação combinada da carga vertical e do momento fletor, e a ruptura de uma laje com pilar de borda. Estes últimos casos podem ser considerados como exemplos de punção excêntrica. A combinação da carga vertical com o momento fletor provoca dois efeitos principais, os quais exercem grande influência na resistência à punção. O primeiro efeito concentra o esforço de cisalhamento na conexão entre a laje e o pilar, enquanto o segundo resulta no aumento da abertura da fissura crítica de cisalhamento (a fissura que leva à ruptura na conexão laje-pilar). O primeiro efeito aumenta as tensões locais na conexão, enquanto o segundo reduz a capacidade de resistência à punção por unidade de comprimento em regiões próximas ao pilar. A combinação desses dois efeitos resulta em uma considerável redução na capacidade de resistência da conexão.



a) laje com pilar interno submetida à carregamento simétrico

b) laje com pilar interno submetida à carregamento excêntrico

c) laje com pilar de borda submetida à carregamento excêntrico

Figura 2.3 – Padrão de fissuração na ruptura por punção – (Adap. Oliveira, 2013)

Existem diferentes abordagens para avaliar a concentração do esforço cortante por unidade de comprimento devido à introdução do momento fletor. Uma dessas abordagens é a aplicação do método dos campos de cisalhamento (Vaz Rodrigues 2007, Vaz Rodrigues 2008, Muttoni 2008 e Ruiz 2009), embora a utilização de métodos numéricos também possa ser uma alternativa eficaz.

Para ilustrar esse conceito, a Figura 2.4 apresenta uma análise baseada no método dos campos de cisalhamento, realizada em um conjunto de lajes ensaiadas em laboratório por Anis (1970). Os esforços de cisalhamento foram determinados utilizando uma análise linear elástica, considerando que o concreto não apresentava fissuras. Essa série de ensaios consistia em seis lajes quadradas, nas quais a excentricidade do carregamento foi variada. Na Figura 2.4, a linha mais escura representa a força de cisalhamento principal ao longo do perímetro crítico, localizado a uma distância  $d/2$  da face do pilar. No caso da laje B2, que foi carregada de forma simétrica ( $e = 0$ ), a distribuição de cisalhamento ao longo do perímetro crítico pode ser considerada uniforme. No entanto, nos lados do perímetro paralelos ao vetor momento (cotas verticais), à medida que a excentricidade do carregamento aumenta, ocorre uma concentração do esforço de cisalhamento em um dos lados, ao passo que diminui no lado oposto (Lajes B3 e B4). Essa tendência continua até que o esforço de cisalhamento se torne nulo (Laje B5) ou mesmo mude de sinal (Lajes B6 e B7).

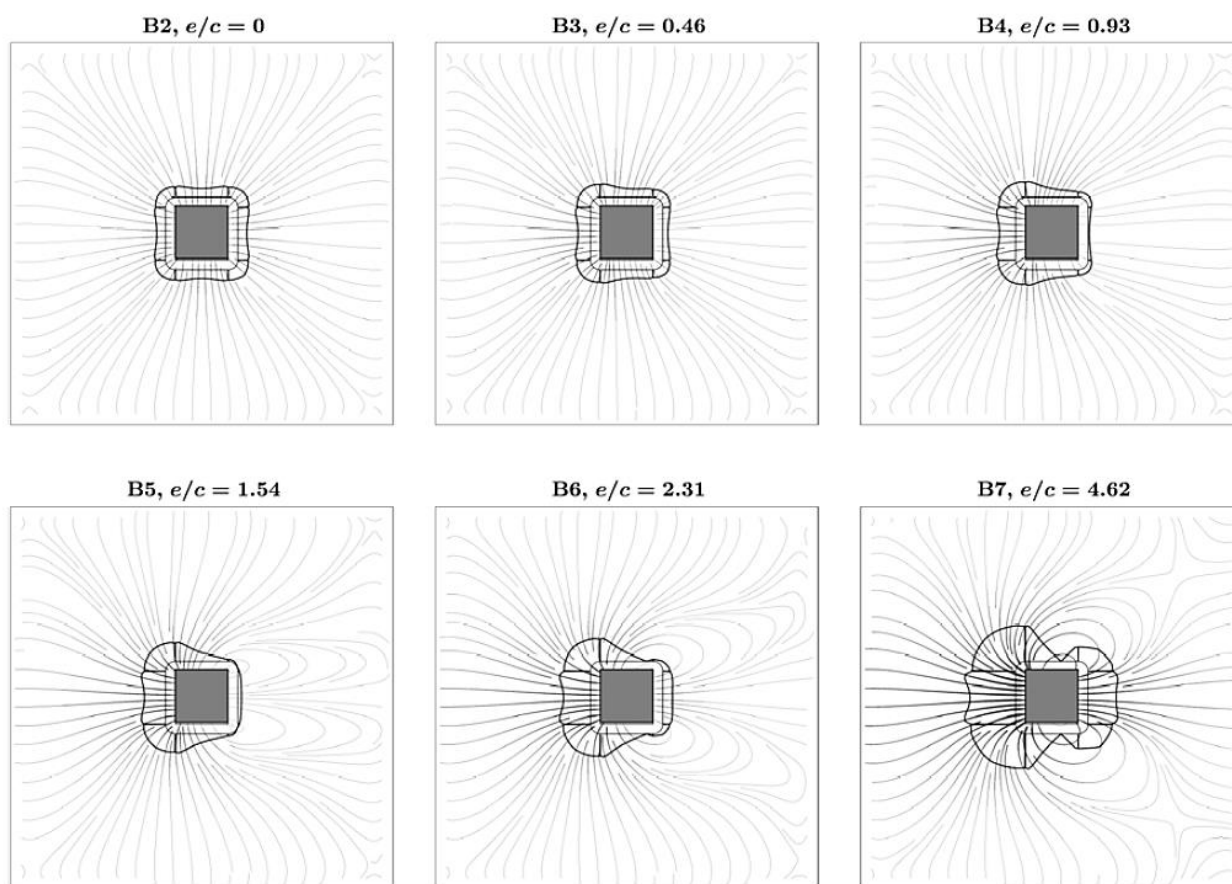


Figura 2.4 – Concentração de esforço cortante devido ao momento desbalanceado representado pelo método dos campos de cisalhamento – (TASSINARI, 2011)

De acordo com Oliveira (2013) um dos efeitos secundários decorrentes da flexão é a ampliação das fissuras em regiões onde a força de corte resultante do momento desbalanceado se combina com a força de corte gerada pela reação vertical no pilar. Essa ocorrência pode ser visualizada na Figura 2.3. A área de falha da laje (Figura 2.3b) é caracterizada por uma fissura tangencial com uma abertura consideravelmente maior no lado direito do pilar, enquanto o lado esquerdo não apresenta fissura tangenciais.

#### 2.1.4. EFEITOS DA TRANSFERÊNCIA DE MOMENTOS DESBALANCEADOS

O esforço cortante e o momento fletor desbalanceado são transferidos através da combinação da flexão, cisalhamento e torção nas faces da seção crítica como mostrado na Figura 2.5. Se alcançando a resistência à punção da laje, esta rompe na diagonal tracionada, no lado do pilar em que sem uma maior tensão de cisalhamento vertical, correspondendo na maioria dos casos ao lado sobre o qual se tem o maior momento negativo atuante ou ainda por punção com esmagamento da biela.

De acordo com Oliveira (2013) a parcela de flexão, cisalhamento e torção transmitidos da laje para o pilar é de difícil de determinar analiticamente ou experimentalmente, de modo que a estimativa da máxima tensão de cisalhamento (máximo esforço cortante) se torna um problema por envolver várias soluções divergentes entre si, sendo propostas para estimativas da resistência a punção.

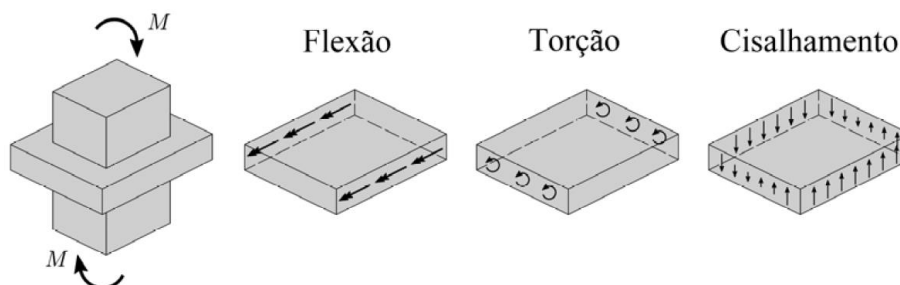


Figura 2.5 – Esforços solicitantes transferidos entre laje e pilar (Oliveira, 2013)

A excentricidade da carga ( $e$ ) é um dos parâmetros que influencia a capacidade das ligações laje-pilar, sendo expressa pela razão  $e = M/V$ . Em sua pesquisa, Stamenkovic e Chapman (1974) conduziram ensaios em lajes com ligações internas, de borda e de canto, variando sistematicamente a excentricidade. Os resultados são apresentados graficamente na Figura 2.6, revelando que as ligações internas exibem um comportamento semelhante ao dos pilares de borda com transferência de momento na direção paralela à borda livre.

Quando o momento aplicado no pilar de borda é perpendicular à borda livre, os resultados experimentais sugerem uma curva de interação na forma  $(V_u/V_0)^2 + (M_u/M_0)^2 = 1$ , em que  $V_0$  corresponde à resistência à punção quando  $M = 0$ , e  $M_0$  representa a resistência à flexão quando  $V = 0$ . Isso indica uma pequena interação entre momento e força cortante nas ligações de canto quando submetidas a um momento aplicado perpendicularmente a uma das bordas.



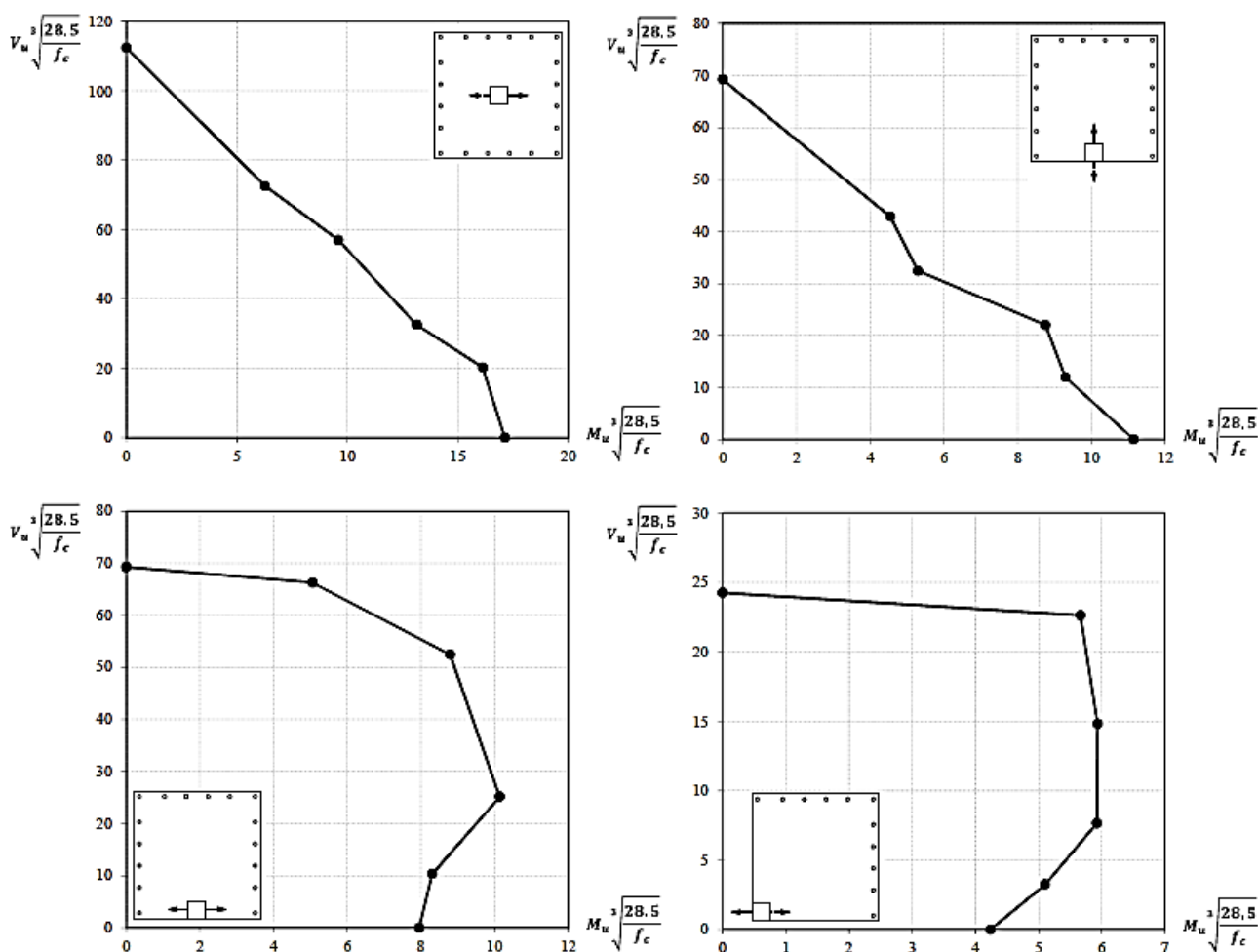


Figura 2.6 – Diagramas de interação para ligações entre laje e pilar excêntricamente carregados (Stamenkovic e Chapman, 1974)

## 2.2. PARÂMETROS QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

Já se tem registros da realização de inúmeros ensaios indicando que a resistência à punção de lajes lisas de concreto pode ser influenciada pela resistência à compressão do concreto; pela taxa de armadura de flexão; pelas dimensões e geometria do pilar; pela altura útil da laje; e, principalmente, pela presença de armaduras de punção. Esses são os parâmetros mais prevalentes na literatura científica, porém é preciso ressaltar que uma das complexidades associadas ao fenômeno da punção é elencar todos os parâmetros que o afetam.

### 2.2.1. RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO ( $f_c$ )

Essencialmente, a falha por cisalhamento de estruturas de concreto se dá diretamente pela resistência à tração do concreto. Como geralmente essa resistência é obtida relacionando-a com a resistência à compressão do concreto, as formulações teóricas e os estudos

experimentais existentes muitas vezes expressam a resistência ao cisalhamento diretamente em função da resistência à compressão do concreto.

Graf (1933) e Moe (1961) estudaram a influência do aumento da resistência à compressão do concreto, chegando a conclusão que a mesma provoca aumento da capacidade resistente da ligação laje-pilar. Marzouk e Hussein (1991) propuseram uma contribuição ainda mais conclusiva com relação a influência deste parâmetro, defendendo que a resistência à punção da laje varia com a raiz cúbica da resistência à compressão do concreto.

### 2.2.2. TAXA DE ARMADURA DE FLEXÃO TRACIONADA ( $\rho$ )

O aumento da taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) tracionada nas proximidades do pilar contribui com a capacidade resistente da ligação entre laje e pilar. Sendo esta taxa calculada, para uma determinada faixa de largura da laje, como a razão entre a área de armadura de flexão tracionada e o produto da altura útil da laje pela largura da faixa.

De acordo com Regan (1981), o aumento da taxa de armadura de flexão desloca a linha neutra da laje aumentando a zona de concreto comprimido, conforme representado na Figura 2.7. Na zona comprimida o concreto encontra-se não fissurado e, portanto, íntegro para resistir ao cisalhamento. Além disso, ocorre uma diminuição na espessura das fissuras decorrentes da flexão, o que facilita a transferência de forças por meio do processo conhecido como engrenamento de agregados, podendo ainda aumentar o efeito pino.

A taxa de armadura de tração por flexão tem um impacto significativo na resistência à punção, especialmente em casos de lajes que não contém armadura de cisalhamento. Broms (2005) propôs uma abordagem para calcular teoricamente a resistência à punção de lajes de concreto. Em seu modelo, a resistência à punção está diretamente relacionada ao comportamento de flexão da laje. Ele estabelece diferentes regimes de comportamento, dependendo se as armaduras de flexão atingem ou não o limite de escoamento, o que é determinado pela taxa de armadura de flexão.

Pesquisadores como Regan e Bræstrup (1985), e Sherif e Dilger (2000) defendem que a resistência à punção se dá pela raiz cúbica da taxa de armadura de flexão tracionada da laje.

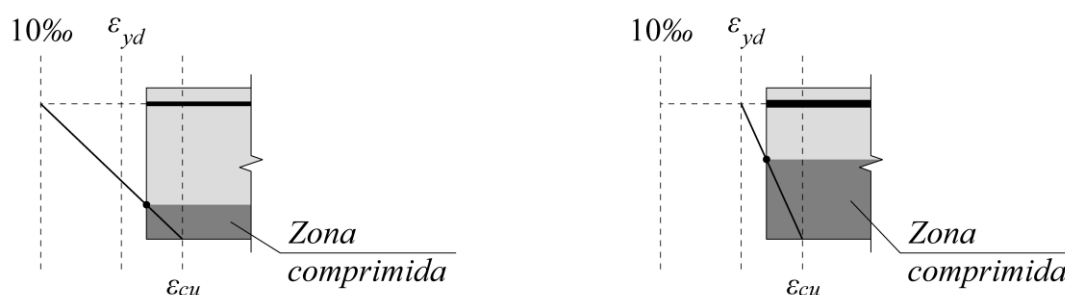


Figura 2.7 – Influência da taxa de armadura de flexão tracionada (Santos, 2011)

### 2.2.3. DIMENSÕES E GEOMETRIA DO PILAR

As dimensões e geometria do pilar também influenciam na resistência à punção visto que definem o fluxo de tensões na região de ligação da laje ao pilar. Quanto maior a região carregada, ou seja, o pilar, serão desenvolvidas menos tensões, propiciando desse modo, uma maior capacidade de carga da ligação. É de entendimento geral que a utilização de pilares de menor dimensões tenham maior facilidade em “perfurar” a laje (superfície plana). Com isto, a adoção de capitéis em algumas situações visa aumentar as dimensões do pilar apenas na região de ligação com a laje, minimizando a transferência de esforços entre a laje e o pilar.

Vale ressaltar, que a partir de experimentos como os de Vanderbilt (1972), quanto à geometria do pilar, foram observadas concentrações de tensões nas lajes nas proximidades dos vértices de pilares quadrados, em contrapartida não ocorrendo com pilares de seção circular. Contudo, Vanderbilt (1972) ainda afirma que lajes apoiadas em pilares de seção quadrada ou retangular tendem a apresentar menor resistência à punção devido a esta concentração de tensões.

Em 1971 Hawkins et al. realizaram experimentos nos quais variaram a proporção entre o maior e o menor lado do pilar ( $c_{\max}/c_{\min}$ ) de 2,0 a 4,3. Eles concluíram que quando essa proporção é maior do que dois, a tensão nominal de cisalhamento diminui à medida que a razão entre os lados aumenta. As descobertas da pesquisa conduzida por Hawkins serviram como base para as recomendações do ACI em relação ao índice de retangularidade dos pilares ( $\mu$ ), que pode reduzir de acordo com Ferreira (2010) a tensão nominal de cisalhamento em torno dos pilares em mais de 50%.

Analisando uma laje ensaiada por Forssell e Holmberg, Oliveira et al. (2004) descobriram que a resistência à punção pode ser bem estimada utilizando as recomendações do CEB-FIP MC90:1993, as quais não levam em consideração a relação  $c_{\max}/c_{\min}$ . Os pesquisadores

acreditam que isso pode ser explicado pelo fato de que, nessa laje em particular, a relação  $c_{\max}/d$  é da ordem de 2,88-d, considerada por eles como pequena em comparação aos casos usuais. Por meio de um programa experimental com 16 lajes, os autores concluíram que, contrariando o que foi afirmado por Leong e Teng (2000), a relação  $c_{\max}/d$  pode ser mais adequada para descrever a influência da retangularidade dos pilares do que a relação  $c_{\max}/c_{\min}$ . Além disso, eles propuseram um fator de correção  $\lambda$  para aprimorar as recomendações de normas como o ACI 318 e o CEB-FIP MC90.

#### 2.2.4. ALTURA ÚTIL DA LAJE E A CONSIDERAÇÃO DO SIZE EFFECT ( $\xi$ )

A altura útil da laje melhora diretamente a resistência à punção das lajes lisas pelo fato de possibilitar uma maior espessura de concreto disponível para resistir ao cisalhamento. Neste sentido, a adoção de ábacos visa aumentar a espessura da laje apenas na região de ligação com o pilar.

entretanto, o aumento da resistência a partir da altura útil da laje não ocorre de forma linear, devendo-se levar em conta a influência do *size effect*, ou efeito de escala. Este efeito é decorrente de avaliações entre modelos experimentais de tamanhos diferentes, porém geometricamente semelhantes, observando-se que a influência das dimensões dos materiais constituintes do concreto na resistência do modelo difere conforme se modifica as dimensões da estrutura. Tendo como exemplo em lajes lisas sujeitas à punção, o aumento da altura útil da laje provoca um aumento da capacidade resistente à punção, porém constata-se que a tensão média resistente diminui, caracterizando o *size effect* neste tipo de ruptura.

Graf (1938) e Richart (1948) alertam para a utilização de modelos reduzidos para realização de estudos, pois a resistência ao cisalhamento das lajes não varia de modo proporcional à sua espessura. De acordo com Bazant e Cao (1987), o *size effect* se caracteriza por esta comparação da tensão média resistente entre estruturas geometricamente semelhantes, confeccionadas com os mesmos materiais, porém com diferentes alturas úteis,  $d$ .

Graf (1938) e Richart (1948) foram os primeiros a verificar que a resistência nominal ao cisalhamento poderia variar de forma não proporcional à espessura das lajes. Naquela época, eles propuseram formulações para descrever esse efeito, mas essas formulações não são mais utilizadas atualmente. Desde então, várias expressões foram propostas. Regan e Bræstrup (1985) e Broms (1990) sugerem que a redução da resistência nominal ao cisalhamento com o aumento da espessura do elemento (efeito escala) pode ser estimada por  $(1/d)^{1/3}$ . As normas

ABNT NBR 6118:23 e Eurocode 2:2014 recomendam que o efeito escala seja estimado por  $1 + (200/d)^{1/2}$ . A norma americana ACI em 2019 passou a utilizar o efeito escala para a previsão da resistência punção em lajes lisas de concreto, sendo expressa por  $(2/(1+0,004d))^{1/2}$ , limitada à 1,0. Já a norma brasileira e a europeia limitam o resultado da expressão a no máximo 2,0. Essa limitação tem o efeito de reduzir o aumento das estimativas de resistência à punção de lajes planas com altura útil inferior a 200 mm, por meio da limitação do valor do efeito escala. De acordo com Ferreira (2010), é importante ressaltar que não há uma base experimental sólida para justificar essa limitação, e, portanto, uma série de ensaios para avaliar essa recomendação do Eurocode poderia ser interessante.

Algumas informações experimentais que podem contribuir para a compreensão da variação da resistência nominal ao cisalhamento em relação à altura útil da laje foram obtidas em ensaios conduzidos por Li (2000) e Birkle (2004). Li realizou ensaios com variação da altura útil das lajes de 100 mm a 500 mm. Nas lajes com altura útil de 100 mm, 150 mm e 200 mm, a taxa de armadura de flexão utilizada foi de 0,98%, 0,90% e 0,83%, respectivamente. Nas lajes com altura útil de 300 mm, 400 mm e 500 mm, foi utilizada uma taxa de armadura de flexão constante de 0,76%. Por outro lado, Birkle estudou o efeito da espessura em lajes com armaduras de cisalhamento do tipo double headed studs, mas os resultados das lajes sem armadura de cisalhamento podem ser analisados aqui. Nessas lajes, a altura útil variou entre 124 mm, 190 mm e 260 mm, e a taxa de armadura de flexão empregada foi de 1,52%, 1,35% e 1,10%, respectivamente. A Figura 2.8 apresenta a variação da resistência nominal ao cisalhamento normalizada em função da altura útil das lajes. Pode-se observar que os ensaios de Li indicam que, em lajes com altura útil inferior a 200 mm, a resistência nominal ao cisalhamento não apresenta uma variação muito significativa. No entanto, para as lajes com altura útil superior a 200 mm, nas quais a taxa de armadura de flexão foi mantida constante, foi observada uma redução acentuada na resistência nominal ao cisalhamento. Por outro lado, os ensaios de Birkle mostram uma redução linear e acentuada da resistência nominal ao cisalhamento, sem indicação de uma mudança significativa de comportamento, como observado nos ensaios de Li no ponto de  $d = 200$  mm.

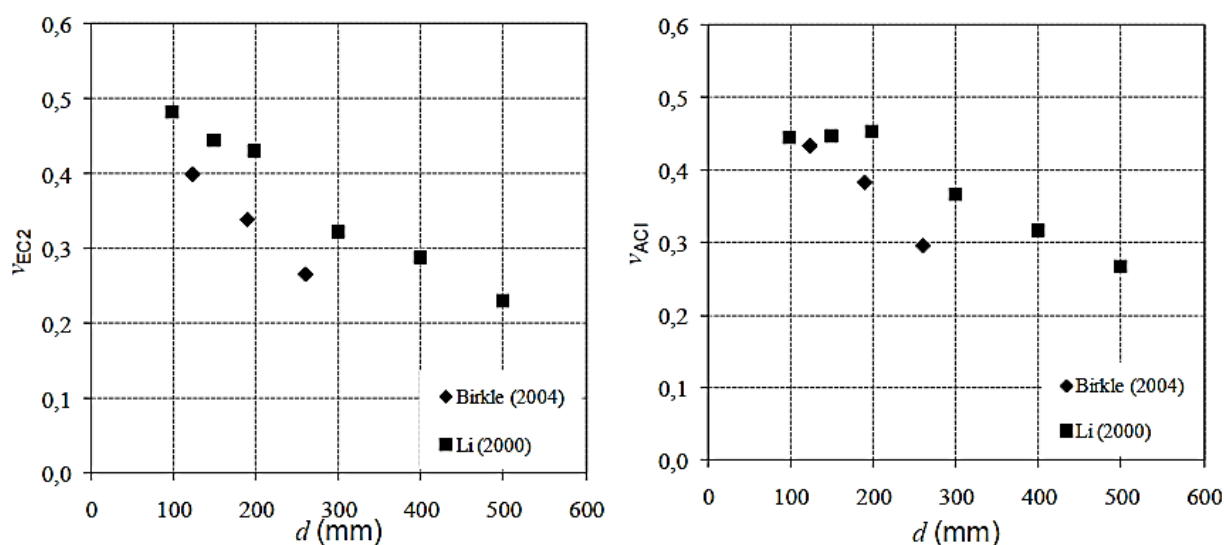


Figura 2.8 – Variação da resistência nominal de cisalhamento em função da altura útil (Ferreira, 2010)

### 2.2.5. EXCENRICIDADE ( $e$ )

Como discutido nas seções 2.1.3 e 2.1.4, a punção de lajes é um fenômeno complexo que é influenciado por uma série de fatores, um dos quais é a excentricidade. Esta última está intrinsecamente ligada à transferência de momentos desbalanceados na conexão laje-pilar. A excentricidade é definida como a distância entre o centro de gravidade da área de cisalhamento crítico e o centro da coluna. Quando há excentricidade em uma carga aplicada, o momento desbalanceado gerado na conexão resulta em uma distribuição de tensões desigual na face da superfície crítica da conexão. À medida que a excentricidade aumenta, a capacidade de punção da laje diminui.

Em seu trabalho, Krunker (1999) conduziu uma série de testes em lajes simétricas e lajes com excentricidade. Os resultados desses testes mostraram que, para lajes submetidas a carregamento excêntrico e sem armadura de cisalhamento, a redução da capacidade resistente em relação à laje de referência submetida a carregamento simétrico foi de 22% para a laje com excentricidade de 160 mm e de 36% para a laje com excentricidade de 320 mm.

## 2.3. CONFIGURAÇÕES DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS REALIZADOS

Os ensaios em que se tem registros na literatura utilizaram uma das seguintes configurações de testes em laboratórios, que diferem em relação às condições de contorno cinemáticas e à

forma como a carga vertical se aplicada. A Figura 2.9 ilustra a esquematização das configurações utilizadas pelos pesquisadores.

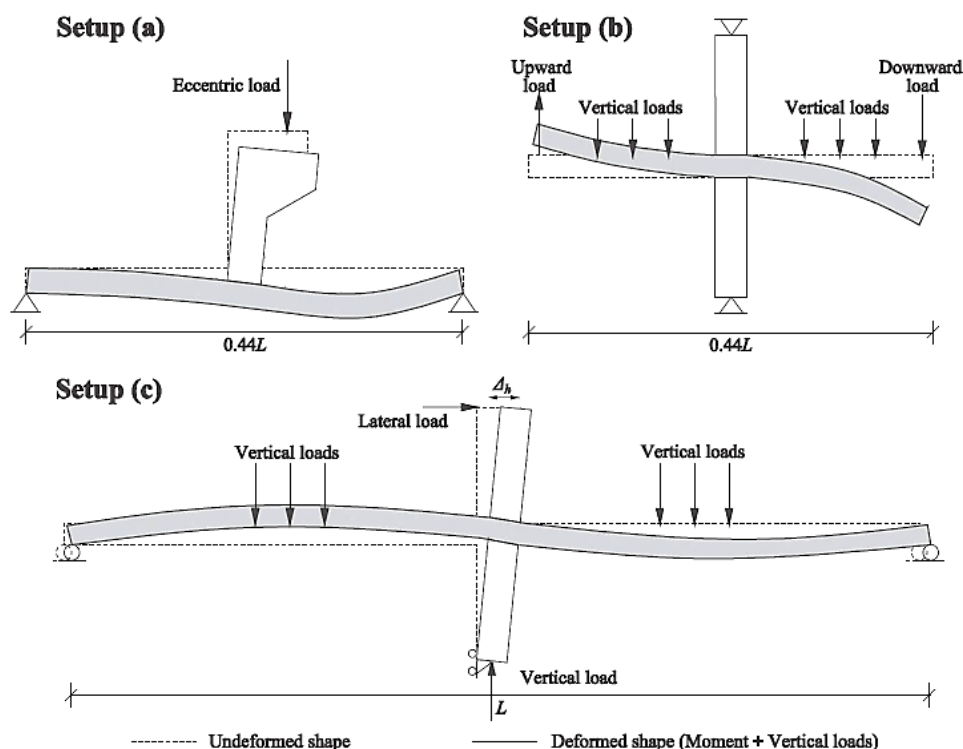


Figura 2.9 – Configurações de ensaios utilizadas na literatura (Drakatos et. al 2016)

A configuração (a) é predominantemente ensaios experimentais realizados sobre o comportamento de ligações laje-pilar submetidas a momentos desbalanceados. A configuração do teste é simples e fácil para implementar, o momento desbalanceado é introduzido por uma carga excêntrica vertical e o deslocamento vertical restringido nas extremidades da laje.

A configuração (b) de acordo com Secci et. al (2021) é denominada de configuração isolada, pode ser usada para simular excentricidade constante, carga vertical constante, ou deflexões iguais, mas opostas, entre os lados opostos da laje. O momento desbalanceado é introduzido pela aplicação de cargas verticais adicionais nas extremidades da laje e restringindo as extremidades dos pilares.

Embora a aplicação do carregamento gravitacional e do momento desbalanceado seja diferente para cada ensaio experimental, dois sistemas recorrentes são encontrados na literatura. No primeiro tipo, desenvolvido por Hanson e Hanson (1968), onde o pilar é apoiado em ambas as extremidades e o momento desbalanceado é fornecido pela introdução de forças verticais opostas nas extremidades da laje. Para a aplicação combinada de carga de

gravidade e momento desbalanceados, as forças verticais são diferentes em valor. Uma configuração semelhante foi usada recentemente por Ferreira et. al (2019). Em 1975, Hawkins et al. modificou esta configuração separando a aplicação de forças verticais para a aplicação de momento desbalanceado. Este último foi recentemente adotado por Drakatos et. al (2016).

Esta configuração ainda pode ser realizada considerando a laje simplesmente apoiada nas extremidades e o momento desbalanceados obtido pela aplicação de uma carga horizontal na extremidade superior do pilar. O corpo de prova representa uma ligação interior laje-pilar de meio a meio vão. Em geral, o carregamento vertical é aplicado a  $0,22L$  do pilar em correspondência com a linha de contraflexão do momento.

Já a configuração (c) definida como “Contínua” por Secci et. al (2021), o momento desbalanceado é introduzido pela aplicação de uma força horizontal na extremidade superior do pilar e restringindo o deslocamento vertical nas extremidades da laje. Esta configuração é predominantemente usada para ensaios cíclicos em ligações laje-pilar. É baseado na suposição de que para ações sísmicas os pontos de contraflexão estão localizados no centro do vão. O teste impõe requisitos de espaço significativos em laboratórios.

## **2.4. PRINCIPAIS TRABALHOS REALIZADOS ACERCA DO TEMA**

### **2.4.1. MODELO PROPOSTO POR JOHANNES MOE**

Johannes Moe produziu um modelo de resistência máxima para determinar a capacidade de cisalhamento por perfuração das ligações entre a laje e a coluna sujeitas ao momento combinado e à carga vertical (1961). Moe testou quarenta e três ligações laje-pilar que eram simplesmente apoiadas ao longo das extremidades da laje e carregadas axialmente através da coluna. Destas quarenta e três lajes, doze foram carregadas com cargas excêntricas para produzir tanto uma carga vertical como um momento. As doze lajes de concreto armado quadradas, possuíam lados de 182,9 cm, espessura de 15,2 cm e um pilar quadrado, variando as excentricidades dos momentos aplicados.

Em seu trabalho Moe considerou a princípio como perímetro crítico o próprio contorno do pilar (ou área carregada), propondo um modelo de distribuição das tensões sobre a seção crítica localizada na face do pilar (ou área carregada). O modelo proposto admitia que a distribuição de tensões em um perímetro em torno do pilar ocorre de modo complexo



devendo-se realizar algumas simplificações para obter expressões analíticas destas distribuições. Portanto, ele assumiu que as tensões verticais de cisalhamento eram uniformemente distribuídas ao longo da altura útil da placa, e que as tensões são constantes nas faces perpendiculares ao plano de simetria e linearmente variáveis sobre as faces paralelas objetivando chegar a uma expressão analítica com resposta satisfatórias, de acordo com as parcelas  $\tau_V$  e  $\tau_M$  apresentadas na Figura 2.8.

Dado a hipótese de distribuição de tensões e consideradas as diferentes parcelas de esforços solicitantes geradores de cisalhamento na ligação, representado na Figura 2.10, Moe propôs a equação do equilíbrio estático entre o momento externo  $M$  e os esforços internos oriundos deste:

$$M = M_f + 2 \cdot M_t + M_v \quad (2.1)$$

Sendo:

$M$  o momento externo aplicado ao pilar;

$M_f$  o momento fletor resultante na ligação ( $M_f = M_{f,II} - M_{f,I}$ );

$M_v$  o momento fletor transmitido por cisalhamento;

$M_t$  o momento torsor transmitido pelo cisalhamento.

Sendo ainda, simplificada:

$$M_v = M - (M_f + 2 \cdot M_t) = K \cdot M_v \quad (2.2)$$

Moe adota um coeficiente  $K$ , sendo um parâmetro obtido experimentalmente. O termo  $K \cdot M = M_v$  representa de fato, a parcela de momento responsável por contribuir apenas com as tensões de cisalhamento verticais na seção crítica. Ou seja, o coeficiente  $K$  determina, conjuntamente, uma parcela de momento fletor  $M_f$  e outra parcela de momento torsor  $M_t$ , ambas geradoras de tensões horizontais nas faces paralelas ao plano de simetria. É de grande complexidade a mensuração dessas parcelas separadamente.

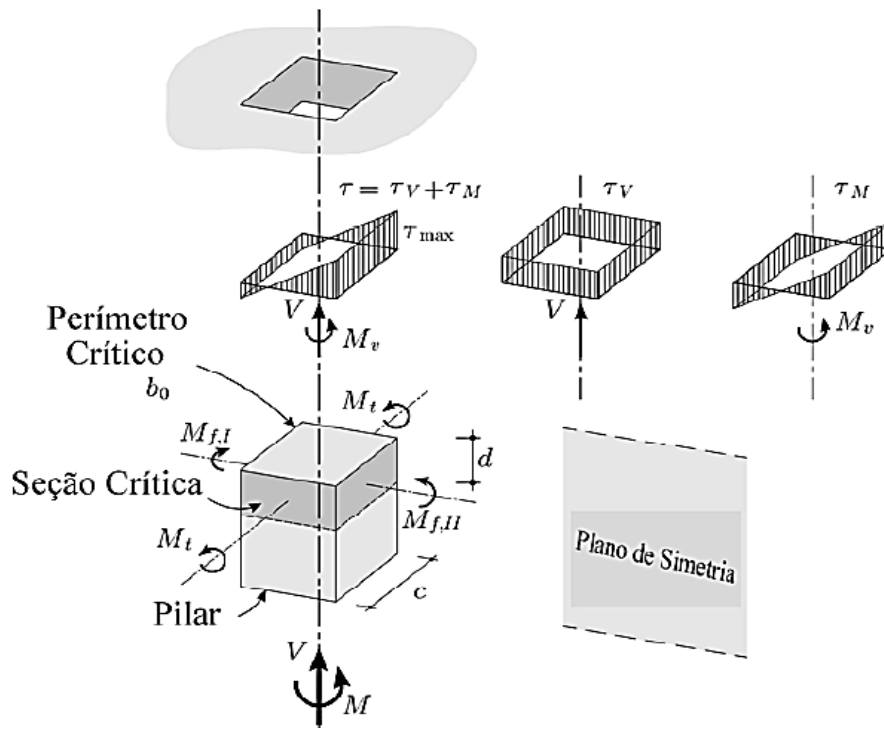


Figura 2.10 – Esforços internos e tensões de cisalhamento verticais atuantes na seção crítica segundo Moe (1961)

Moe (1961) chega a seguinte equação tendo como referência o equilíbrio de esforços realizado e partindo da equação da Teoria de Navier- Bernoulli, para determinação da tensão de cisalhamento máxima vertical:

$$\tau_{max} = \tau_v + \tau_M = \frac{V}{b_0 \cdot d} + \frac{K \cdot M}{I} \cdot C_{max} \quad (2.3)$$

Em que  $\tau_v$  representa a tensão de cisalhamento devido a reação máxima vertical no pilar ( $V$ ),  $\tau_M$  a tensão de cisalhamento devido ao momento fletor máximo transmitido por cisalhamento ( $M$ ),  $V$  a reação máxima vertical no pilar,  $M$  o momento fletor máximo transmitido na ligação por cisalhamento,  $b_0$  ao perímetro crítico considerado,  $d$  a altura útil da laje,  $K$  o coeficiente que determina a parcela de momento fletor e torsor transmitida ao pilar,  $I$  o momento de inércia da seção crítica considerada e  $C_{max}$  a distância entre o eixo de flexão e a fibra do perímetro crítico mais solicitada ao cisalhamento.

Os modelos experimentais ensaiados por Moe, possuíam a seção transversal quadrada, e a partir delas, ele pode deduzir a seguinte aplicação:

$$\tau_{max} = \tau_v + \tau_M = \frac{V}{4 \cdot c \cdot d} + \frac{3 \cdot K \cdot M}{4 \cdot c^2 \cdot d} = \left(1 + \frac{3 \cdot K \cdot e}{c}\right) \cdot \frac{V}{4 \cdot c \cdot d} = \beta \cdot \frac{V}{4 \cdot c \cdot d} \quad (2.4)$$

Considerando ainda:

$$I = \frac{c^3 \cdot d}{6} + \frac{c^3 \cdot d}{6} = \frac{2}{3} \cdot c^3 \cdot d \quad (2.5)$$

$$C_{max} = \frac{c}{2} \quad (2.6)$$

considerando-se a seção crítica ocorrendo nas faces do pilar (ou área carregada), e tendo inicialmente um pilar de seção transversal quadrada, o valor de  $\beta$  proposto por Moe (1961) passa a ser:

$$\beta = \left( 1 + \frac{3 \cdot K \cdot e}{3} \right) \quad (2.7)$$

#### 2.4.2. MÉTODO DE DI STASIO AND VAN BUREN E DO COMITÉ ACI-ASCE 326

Di Stasio e Van Buren (1960) desenvolveram um trabalho baseado em testes laboratoriais, sendo um dos primeiros a sugerir que a equação da capacidade de cisalhamento do ACI 318-56 (Comité ACI 318, 1956) deveria incluir um termo adicional para explicar a tensão de cisalhamento criado por momentos desbalanceados. Esta alteração foi implementada no ACI 318-63 (Comité ACI 318, 1965) e em todas as versões subsequentes do código de concepção Laguta (2020).

Estes autores apresentaram uma equação para o equilíbrio entre esforços internos e externos à ligação semelhante àquela proposta por Moe (1961). Contudo, eles consideraram impedida a deformação causada por esforços de torção nas faces paralelas ao plano de simetria (ver Figura 2.8). Logo, a equação de equilíbrio utilizada para determinar a tensão de cisalhamento máxima vertical por Di Stasio e Van Buren (1960), seria:

$$M - M_f = M_v + 2 \cdot M_t \quad (2.8)$$

Onde  $M$  corresponde ao momento externo aplicado à ligação,  $M_v$  o momento fletor transmitido por cisalhamento,  $M_t$  o momento torsor transmitido por cisalhamento e  $M_f$  o momento fletor resultante na ligação.

Entretanto, a determinação da parcela do momento fletor resultante na ligação  $M_f$  proposta pelos autores foi considerada complexa para aplicações nos códigos normativos. No procedimento para o cálculo e verificação de resistência à punção, o comitê ACI-ASCE 326,

visando uma aplicação mais simplificada do método proposto por Di Stasio e Van Buren (1960), decidiu usar o coeficiente  $K$  proposto anteriormente por MOE (1961). Desta forma, o comitê ACI-ASCE 326 reconhece as seguintes simplificações no equilíbrio de esforços:

$$M - M_f = K \cdot M \quad (2.9)$$

Ao contrário da abordagem proposta por Moe, esses autores expressam o termo  $KM$  da Equação 2.9 como a parte do momento fletor que produz não apenas tensões de cisalhamento verticais, mas também tensões horizontais. Portanto, o coeficiente  $K$  não representa o fenômeno de transferência de momento fletor como Moe. Com base nos estudos conduzidos por Di Stasio e Van Buren (1960) e Moe (1961), o comitê ACI-ASCE 326 recomenda calcular a tensão de cisalhamento vertical máxima da seguinte forma:

$$\tau_{max} = \frac{V}{b_0 \cdot d} + \frac{K \cdot M}{J} \cdot c_{max} \quad (2.10)$$

Onde  $V$  corresponde a reação máxima vertical no pilar,  $M$  o momento fletor resultante na ligação,  $b_0$  o perímetro crítico considerado,  $d$  a altura útil da laje,  $K$  o coeficiente que determina a parcela de momento fletor transmitida ao pilar,  $J$  é uma propriedade da seção crítica, análoga ao momento polar de inércia e  $c_{max}$  a distância entre o eixo de flexão e a fibra do perímetro crítico mais solicitada ao cisalhamento. Para um pilar de seção transversal quadrada pode-se adotar o valor de  $c_{max} = c/2$ .

A norma norte américa ACI 318 em 1963 adotou a formulação proposta pelo comitê ACI-ASCE 326, e continua sendo utilizada em sua versão mais atual ACI 318 (2019). A Equação 2.11 determina o parâmetro geométrico  $J$  para um pilar (ou área carregada) de seção transversal quadrada, sendo possível denotar que o último termo desta equação relaciona o parâmetro  $J$  e o parâmetro  $I$  utilizado por Moe.

$$J = \frac{c^3 \cdot d}{6} + \frac{c^3 \cdot d}{2} + \frac{c \cdot d^3}{6} = \frac{2 \cdot c^3 \cdot d}{3} + \frac{c \cdot d^3}{6} = I + \frac{c \cdot d^3}{6} \quad (2.11)$$

#### 2.4.3. CONTRIBUIÇÕES DE HANSON AND HANSON

Em 1968, Hanson e Hanson ensaiaram dezesseis das quais dezesseis tinham lados de 2134x1219 mm e um pilar interno retangular, e uma laje com dimensões de 1007x1219 mm simulou uma ligação com pilar de borda. Todas as lajes foram projetadas com um pilar

concretado de forma monolítica, apoiado nas extremidades por sistemas articulados, localizados a uma distância de 762 mm acima e abaixo da laje. Esses sistemas de apoio permitem a rotação do pilar na direção da aplicação de momento. Antes da concretagem, pinos de aço foram soldados à armadura do pilar na parte superior da laje. Conforme ilustrado na Figura 2.11, o carregamento foi aplicado nas bordas das lajes, a uma distância de 914 mm do centro do pilar.

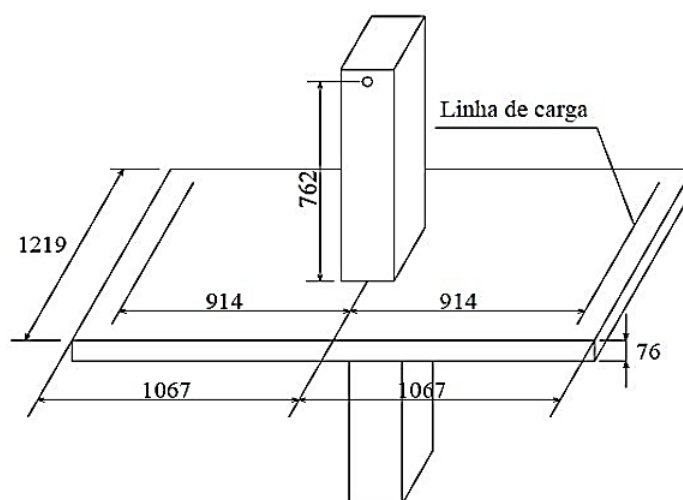
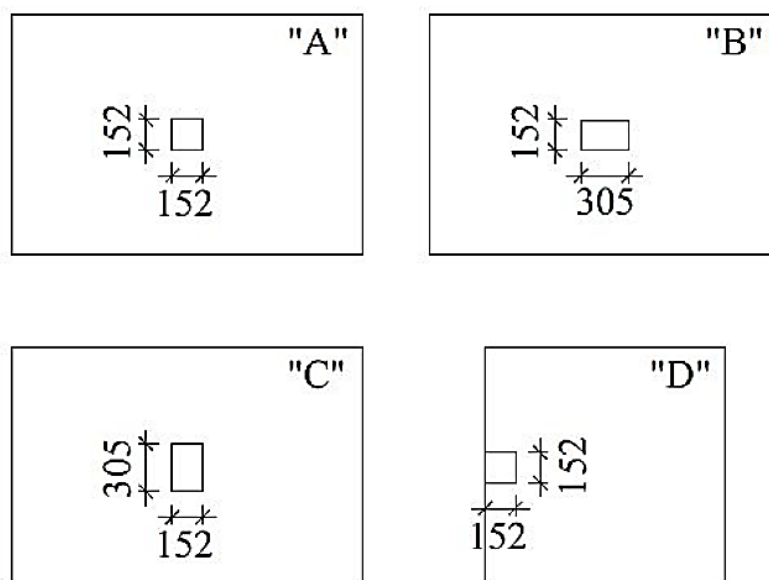


Figura 2.11 – Dimensões e linha de carga das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)

Todos os exemplares partilhavam a mesma altura útil, recobrimento, espaçamento entre armaduras, e tamanho de armadura, porém tendo três com dimensões dos pilares diferentes. Hanson & Hanson (1968) estudaram o efeito da retangularidade do pilar e a orientação na transferência do momento desbalanceado para tensões de flexão e cisalhamento. Os modelos foram carregados apenas com momentos desbalanceados, e carga gravitacional, ou uma combinação de ambos. Além disso, Hanson & Hanson investigaram como os furos adjacentes às colunas afetavam a transferência do momento desbalanceado entre lajes e colunas.

As lajes ensaiadas foram divididas em quatro configurações de geometria: A, B, C e D, conforme mostrado na Figura 2.48. Nas configurações A, B e C, o pilar estava posicionado centralmente, enquanto na configuração D o pilar foi colocado na borda do lado de 1219 mm. A configuração A consistia em doze lajes com um pilar quadrado de 152 mm de lado.



Medidas em milímetros

Figura 2.12 – Configuração das lajes ensaiadas por Hanson & Hanson (1968)

As configurações B e C consistiam em duas lajes cada, com pilares retangulares de dimensões 152x305 mm e 305x152 mm, respectivamente. Já a configuração D foi testada apenas em uma laje. Todas as lajes ensaiadas possuíam apenas armadura de flexão, composta por uma malha ortogonal de barras de 10 mm de diâmetro, espaçadas a cada 76 mm em ambas as direções.

Nos ensaios, foram utilizados três métodos de carregamento denominados como tipos I, II e III. No método tipo I, cargas inversas iguais foram aplicadas de forma a transferir apenas momento para o pilar, sem transferência de carga vertical. Esse método tinha como objetivo simular os efeitos de carregamentos laterais em um edifício, como os causados por vento ou terremoto. No método tipo II, as cargas foram aplicadas igualmente em ambos os lados da laje, gerando momento e cisalhamento na laje, porém sem transferência de momento para o pilar (apenas transferência de carga vertical). Esse método simulava a carga gravitacional. Já no método tipo III, foi realizado um carregamento combinado de cargas laterais e gravitacionais. Nesse caso, a carga foi aplicada em apenas um lado da laje, resultando em momento e cisalhamento combinados na ligação entre a laje e o pilar.

Hanson & Hanson compararam os seus resultados de testes aos métodos de previsão de Di Stasio e Van Buren (1960), Moe (1961), Comitê ACI-ASCE 326 (1962), e o Comentário sobre o ACI 318-63 (Comitê ACI 318, 1965). Destes métodos, Hanson e Hanson

determinaram que o método recomendado pela Comissão ACI-ASCE 326 produzia boas previsões quando  $K$ , parcela do momento desbalanceado transferida para a tensão de cisalhamento do concreto, foi aumentada de 0,20 para 0,40. Além disso, Hanson & Hanson observaram que a utilização de uma coluna de 305x152 mm, tendo o menor lado sobre o eixo do momento, resultou num aumento do momento final entre 33% e 60% em relação à utilização de uma coluna quadrada de 152x152 mm. Da mesma forma, a utilização de uma coluna de 305x152 mm, com o maior lado em torno do eixo do momento, resultou num aumento do momento final entre 20% e 40% em relação à utilização de uma coluna quadrada de 305x305 mm. Esta investigação foi posteriormente utilizada pelo Comitê ACI 318 (1970) para desenvolver uma equação para prever  $\gamma_v$ , a parcela de momento transmitida por tensões de cisalhamento do concreto:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}} \quad (2.12)$$

A equação 2.12 utiliza comprimentos da secção crítica em vez de comprimentos de pilares. Sendo implementada no ACI 318-71 (Comitê ACI 318, 1971) e mantida em versões posteriores no código normativo ACI 318.

#### 2.4.4. CONTRIBUIÇÕES DE HAWKINS, FALLSEN, AND HINOJOSA

Hawkins, Fallsen e Hinojosa (1971) investigaram a influência da retangularidade do pilar na resistência a punção das ligações entre a laje e pilar. Hawkins et al. testaram 9 modelos de lajes com pilares de centro com carga concêntrica com relações de suas dimensões entre 1,0 e 4,3. Hawkins et al. descobriram que o ACI 318-71 (Comitê ACI 318, 1971) previa capacidades de cisalhamento precisas para lajes com relação entre os lados inferior a 2. Para modelos com razão superiores a 2, as capacidades de cisalhamento diminuíram à medida que a relação aumentava. Hawkins et al. propuseram a equação:

$$\frac{V_u}{b_0 d \sqrt{f'c}} = (2.5 + 3.0s/l) \leq 4.0 \quad (2.13)$$

Onde  $s$  e  $l$  são respectivamente o menor e maior do pilar. A desigualdade na Equação 2.13 limita a tensão de cisalhamento máxima calculada a  $4\sqrt{f'c}$ , que era a tensão de cisalhamento máxima que governava o ACI 318-71. De acordo com a desigualdade, esta tensão de cisalhamento máxima é  $4\sqrt{f'c}$  para valores superiores a 0,5 em  $s/l$ .

Em 1974, ASCE-ACI comitê 426 propôs uma equação alternativa a 2.13:

$$\frac{V_u}{b_0 d \sqrt{f_c'}} = (2.0 + 3.0s/l) \leq 4.0 \quad (2.14)$$

O que limitaria a tensão de cisalhamento máxima a  $2\sqrt{f_c'}$  para grandes relações  $ls'$  (Comitê ASCE-ACI 426, 1974).

A pesquisa de Hawkins et al. levou à seguinte equação de tensão de cisalhamento máxima dentro do ACI 318-77 (Comitê ACI 318, 1977) e subsequentes lançamentos do ACI 318:

$$V_c = \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \sqrt{f_c'} b_0 d \quad (2.15)$$

Onde  $\beta$  é a razão dos comprimentos laterais do pilar.

#### 2.4.5. CONTRIBUIÇÕES DE ZAGHLOOL

Em 1971, Zaghlool ensaiou 11 lajes com pilares de canto e 9 de borda sob momentos desbalanceados e carga gravitacional. Para os modelos com pilares de canto, foram aplicados momentos sobre o eixo paralelo à aresta livre. Os testes de Zaghlool foram separados em séries diferentes para testar como parâmetros distintos afetavam a resistência e o comportamento das ligações entre a laje-pilar. Estes parâmetros foram incluídos:  $r/d$ , relação de reforço, e relação  $M/V$ . Os modelos de  $r/d$  utilizaram colunas quadradas com dimensões de 7x7 polegadas, 10,5x10,5, ou 14x14 polegadas. Os espécimes da relação de reforço utilizaram relações de reforço de 1,23%, 1,65%, ou 2,23%. Para os espécimes de  $M/V$ , foram utilizadas relações entre momento e carga vertical.

Zaghlool mostrou que as tensões de cisalhamento finais medidas eram consistentemente mais elevadas do que as previsões do ACI 318-63. O aumento da relação  $r/d$  ou da razão de reforço resultou num aumento da tensão de cisalhamento final. Ao contrário, o aumento da relação  $M/V$  resultou numa diminuição da tensão de cisalhamento final.

Zaghlool produziu o diagrama de interação momento-tensão reproduzido na Figura 2.13. As lajes sujeitas tanto a momentos desbalanceados como cargas gravitacionais tinham capacidades de momento mais elevadas do que as lajes sujeitas apenas a momentos desbalanceados. Zaghlool sugeriu que as cargas gravitacionais aumentavam a capacidade do momento por duas razões. Primeiro, a carga gravitacional (aplicada através do pilar)



aumentou o confinamento dentro da região de compressão do concreto. Segundo a carga gravitacional produziu um momento excêntrico atuando na direção oposta à do momento aplicado. Com base nestes resultados, Zaghlool sugeriu a utilização de uma relação bilinear momento-tensão. Ele sugeriu que um momento aplicado não influencia a capacidade de carga vertical de uma ligação laje-pilar e vice-versa (Zaghlool, 1971).

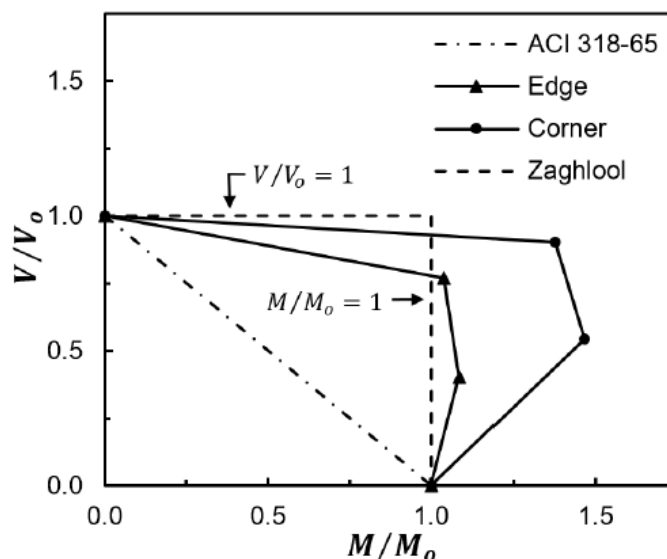


Figura 2.13 – Diagrama de interação momento-cisalhamento por Zaghlool (1971)

#### 2.4.6. CONTRIBUIÇÕES DE HAWKINS E CORLEY

Em 1971, Hawkins e Corley publicaram um método para avaliar a resistência das ligações laje-pilar, considerando as lajes como vigas “engastadas” no pilar. Supõe-se que cada viga pode se deformar o suficiente para desenvolver suas resistências máximas. Por esta analogia de viga, as conexões podem falhar por cisalhamento-torção, momento-torção, cisalhamento, flexão ou torção. A Figura 2.15 mostra uma coluna submetida a um momento desbalanceado e a uma carga vertical. A falha por cisalhamento-torção ocorre quando todas as faces, exceto a face BC, atingem suas capacidades de cisalhamento ou torção. A falha momento-torção ocorre quando a face CB (adicionalmente, AD para conexões internas) desenvolve suas capacidades de flexão e o momento restante é resistido por meio de torção por faces adjacentes. Esse modo de falha normalmente governaria os casos em que pouco cisalhamento é aplicado à conexão. Hawkins e Corley mostraram que seu método previu com precisão as capacidades finais dos testes de Hanson e Hanson (1968), Anderson (1966) e deles mesmos

(Corley & Hawkins, 1968). A Figura 2.14 mostra o envelope de falha produzido por Hawkins e Corley para colunas quadradas internas de 6x6 polegadas testadas por Hanson e Hanson (1968).

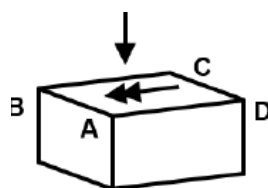


Figura 2.14 – Pilar da ligação laje-pilar submetido a carregamento combinado Laguta (2020)

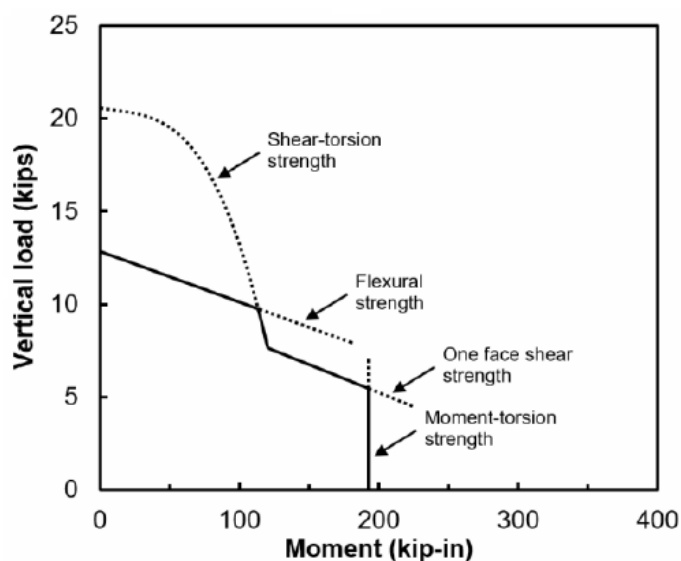


Figura 2.15 – Carga vertical versus envelope de momento para amostras de pilares quadrados de 6 polegadas testadas por Hanson e Hanson (1968) (N. Hawkins & Corley, 1971))

#### 2.4.7. INFLUÊNCIA DA FORMA DO PILAR NA RESISTÊNCIA DA LIGAÇÃO LAJE-PILAR POR VANDERBILT

Em 1972, Vanderbilt apresentou os resultados do teste de quinze lajes com pilares internos. Os modelos tinham proporções  $r/d$  variadas com uma forma de pilar quadrado ou circular e uma taxa de reforço do momento negativo de 1% ou 2%. Para pilares circulares, o comprimento do lado do pilar,  $r$ , assumido foi o de um pilar de seção quadrada com área igual correspondente. Vanderbilt mostrou que os pilares circulares tinham maiores capacidades de cisalhamento do que os quadrados de mesma área de e taxa de armadura. Vanderbilt atribuiu essa diferença de resistência às concentrações de tensão nos cantos dos pilares quadradas.

Para a mesma taxa de armadura e área do pilar, Vanderbilt observou aumentos mínimos de resistência ao cisalhamento para valores  $r/d$  de 2 e 8 e maiores aumentos de resistência ao cisalhamento em valores intermediários de  $r/d$ . O maior aumento de resistência ao

cisalhamento observado foi de 35% para amostras com  $r/d$  igual a 4 (ASCE-ACI Comitê 426, 1974; Vanderbilt, 1972).

A pesquisa de Vanderbilt levou à seguinte equação de tensão de cisalhamento máxima dentro do ACI 318-89 (ACI Comitê 318, 1989) e subsequentes lançamentos do ACI 318:

$$V_c = \left( \frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f_c'} b_o d \quad (2.16)$$

Na Equação 2.16,  $\alpha_s$  é igual a 40 para colunas internas, 30 para colunas de borda e 20 para colunas de canto. O confinamento provavelmente é reduzido à medida que  $b_o/d$  é aumentado, o que resultaria em tensões de cisalhamento máximas reduzidas Moehle, Kreger e Leon, (1988).

A variável  $\alpha_s$  foi implementada na Equação 2.16 para prever tensões de cisalhamento máximas semelhantes para as regiões do pilar, incorporando os efeitos  $b_o/d$  observados por Vanderbilt. A Equação 2.16 prevê uma tensão de cisalhamento máxima de  $4\sqrt{f_c'}$  para todos os locais, o que é consistente com a tensão de cisalhamento existente de um cisalhamento limitante com base na pesquisa de Moe (ACI Comitê 318, 1989; 1961).

#### 2.4.8. LIGAÇÕES ENTRE LAJE E PILAR SUBMETIDAS A MOMENTOS DESBALANCEADOS TESTADAS POR STAMENKOVIC

Em 1969, Stamenkovic publicou os resultados de seu estudo sobre os efeitos dos momentos desbalanceados em combinação com carga gravitacional na resistência das ligações laje-pilar. Ele testou cinquenta e dois espécimes de laje com posição do pilar e carregamentos variados. As cargas de gravidade foram aplicadas axialmente através dos pilares e os momentos desbalanceados foram aplicados como forças opostas nas extremidades superior e inferior do pilar. Todos os espécimes usavam lajes quadradas de 3x3 pés e 3 polegadas de espessura, que eram suportadas por tirantes ao redor do perímetro das lajes. Sendo estas reforçadas com barras de 5/16 polegadas com uma taxa de reforço de 1,17%.

Dez lajes com pilares de centro foram submetidas a relação  $M/V$  com carga vertical crescente na proporção de 2,58 pés, 1,29 pés, 0,52 pés e 0,26 pés. Cinco dessas amostras usaram pilares quadradas de 5x5 polegadas e as cinco restantes usaram colunas quadradas de 3x6 polegadas. Da mesma forma, dez lajes com pilares de borda com seção quadradas de 5x5 polegadas

foram submetidas às mesmas relações  $M/V$  do primeiro modelo. Para cinco desses espécimes, o momento foi aplicado em torno de um eixo paralelo à borda livre. Para os cinco espécimes restantes, o momento foi aplicado em torno de um eixo perpendicular à borda livre. Por fim, cinco lajes com pilares de canto com seção quadradas de 5x5 polegadas foram submetidas a proporções  $M/V$  de 5,17 pés, 2,58 pés, 1,29 pés e 0,81 pés.

Com base nesses dados, Stamenkovic sugeriu que a capacidade de ligação laje-pilar de centro, de borda e de canto com momentos em torno do eixo perpendicular à borda livre poderia ser prevista usando a equação:

$$\frac{V}{V_u} + \frac{M}{M_u} = 1 \quad (2.17)$$

Da mesma forma, Stamenkovic sugeriu que a capacidade de ligação laje-pilar de canto de borda com momentos sobre o eixo paralelo à borda livre poderia ser prevista usando a equação:

$$\left(\frac{V}{V_u}\right)^2 + \left(\frac{M}{M_u}\right)^2 = 1 \quad (2.18)$$

#### 2.4.9. CONTRIBUIÇÕES DE REGAN

Em 1981, Regan desenvolveu várias equações de projeto usando dados experimentais relacionados à flexão, cisalhamento e deflexões. Com relação à punção, Regan estudou como vários parâmetros influenciaram a capacidade de punção de ligações laje-pilar. Esses parâmetros incluíram resistência do concreto, área e arranjo da armadura, relação  $r/d$ , efeito de tamanho, condições de apoio e carregamentos e momentos desbalanceados.

Com base na pesquisa de Elstner e Hognestad (1956), Regan propôs que a tensão de cisalhamento de punção última é proporcional à raiz cúbica da resistência à compressão do concreto. Da mesma forma, essa tensão é proporcional à raiz cúbica de  $100A_s/bd$ .

Regan afirmou que a adição de armadura de flexão aumenta a resistência à punção por duas razões. Primeiro, o reforço adicional aumenta a zona de compressão, o que significa mais concreto não fissurado para suportar o cisalhamento. Em segundo lugar, o reforço adicional reduz as larguras das fissuras, o que significa mais intertravamento agregado para suportar o esforço cisalhante. A respeito da concentração da armadura na direção do pilar, Regan observou que os dados existentes mostraram uma diminuição de 6% na capacidade de punção

quando a taxa de aço foi aumentada a partir de uma distribuição uniforme. Sendo essa diferença insignificante. Sobre o reforço a compressão, Regan mostrou que os dados existentes em que a área de aço de compressão estava entre 0,3 a 1,0 vezes a área de aço de tração, a capacidade de punção aumentou apenas até 12%. Regan comentou que muitas previsões de punção consideram a tensão de escoamento da armadura em suas formulações. No entanto, os testes de Moe (1961) não mostraram diferenças na capacidade ao usar reforço com tensão de escoamento de 330 MPa em comparação com o uso de reforço com tensão de escoamento de 480 MPa. Além disso, segundo Regan o uso de um parâmetro de reforço em modelos mecânicos pode não atender adequadamente o comportamento, pois apenas uma parte do reforço estará solicitada. Por fim, Regan afirmou em seus estudos que os espécimes com reforço em “leque” para fora da coluna tinham capacidade de punção 30% menor do que os espécimes com reforços ortogonais, mas com resistência à flexão equivalente.

Para lajes com pilares de centro, Regan mostrou que a redução na capacidade de carga vertical quando a ligação é submetida a um momento desbalanceado pode ser aproximada usando:

$$\frac{V_{ue}}{V_{uo}} = \frac{1}{1 + 1.5e / \sqrt{(c_1 + 2d)(c_2 + 2d)}} \quad (2.19)$$

Onde  $V_{ue}$  é a capacidade máxima de cisalhamento com uma excentricidade de carga,  $V_{uo}$  é a capacidade máxima de cisalhamento concêntrico e  $e$  é a excentricidade da carga (ou  $M/V$ ). Regan propôs que o coeficiente de 1,5 na Equação 2.19 poderia ser modificado para 1,0 ou 2,0 para melhor correlação com alguns dados experimentais. A Equação 2.16 usando coeficientes de 1,0, 1,5 e 2,0 é representada graficamente na Figura 2.12.

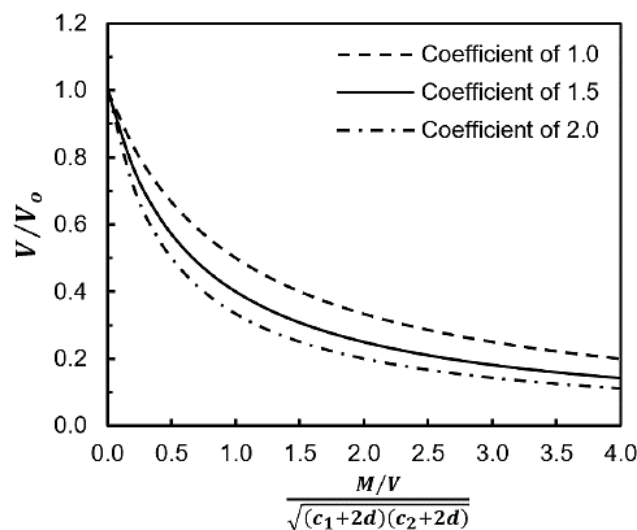


Figura 2.16 – Resistencia de cisalhamento versus excentricidade em ligações internas (Regan,

#### 2.4.10. *SIZE EFFECT* EM LAJES COM MOMENTO DESBALANCEADOS POR NETH, DE PAIVA, E LONG

Em 1981, Neth, de Paiva, e Long ensaiaram quatro configurações de subsistemas de lajes. Os quatro subsistemas eram versões em escala de um projeto em tamanho real: espécimes em escala de 1/2, 1/4, 1/6 e 1/8. O espécime de escala 1/2 tinha uma laje plana de 20x10 pés com dois pilares espaçados 10 pés ao longo do maior lado da laje. Cada uma desses quatro pilares estava localizada a 5 pés do menor lado da laje. Os demais modelos utilizaram lajes quadradas lisas com dois pilares totalmente opostos um do outro no eixo da laje. Para todos os espécimes, os lados das lajes com pilares não foram restringidos, enquanto as que não tinham pilares foram deformadas em todas as direções e rotacionando apenas em torno do eixo paralelo ao lado livre. Todos os espécimes foram carregados usando cargas de 16 pontos para simular condições combinadas de carga gravitacional e momento desbalanceada. Todos os modelos tinham uma taxa de reforço de 1% com traço de concreto semelhantes.

Neth et al. (1981) descobriram que todos os modelos ensaiados mostraram deflexões de placa semelhantes, bem como rotações, fissuras de flexão e comportamento de falha próximo da ligação laje-pilar. Neth et. al mostraram que os espécimes se deformaram de forma semelhante, mas os espécimes de menor escala tinham maiores capacidades de carga em comparação com os espécimes de maior escala. Eles provaram isso abordando as semelhanças entre os dados de deflexão de carga, uma vez que todos os dados foram normalizados. Além disso, eles sugeriram amostras de teste dimensionadas para não menos que um quarto da amostra de tamanho real para evitar superestimar a capacidade de carga de uma ligação.

Independentemente do tamanho, todos os modelos desenvolveram os mesmos tipos de fissuras durante os testes. Primeiro, as de flexão começaram a se formar a uma distância da do lado livre igual a 2/3 da dimensão ortogonal ao lado livre do pilar. Essas fissuras se formaram na interface laje-pilar tracionada e se propagaram em um ângulo em direção à face da laje comprimida. Essas fissuras continuaram em direção ao pilar interno da laje. A placa da laje adjacente ao pilar giraria rigidamente em torno do ápice da fissura de maneira semelhante a uma dobradiça. Embora fissuras de flexão semelhantes tenham se formado a distâncias longe do pilar, as fissuras de flexão iniciais aumentaram de largura durante os testes e, finalmente, governaram o comportamento das ligações. Aproximando-se das cargas últimas das ligações, começaram a ocorrer fissuras ortogonais às fissuras de flexão que se desenvolveram à medida

que a ruptura por punção. Neth et al. descreveram essas fissuras ortogonais como fissuras de falha secundária que se formaram após o esmagamento da zona de compressão do concreto (1981).

#### 2.4.11. PILARES DE CENTRO COM MOMENTOS DESBALANCEADOS POR HAWKINS, BAO E YAMAZAKI

Em 1989, Hawkins, Bao e Yamazaki ensaiaram trinta e seis lajes com pilares de centro sujeitas a momentos desbalanceados e cargas de gravidade. Os espécimes foram agrupados em sete séries diferentes para testar a influência de vários parâmetros na resistência e rigidez da ligação. Esses parâmetros incluíram taxa e concentração de armadura, altura da laje, resistência e tipo de concreto, armadura de cisalhamento e retangularidade da coluna. Dentro de cada série, os espécimes foram testados com proporções  $M/V$  de 5,1 polegadas e 22,7 polegadas e taxas de reforço entre 0,60% e 1,42%.

Hawkins et al. descobriram que o ACI 318-83 superestimou a capacidade de punção de seis modelos, todas com taxas de armadura não superiores a 0,73%. Um desses seis, apresentou resistência última ao cisalhamento menor que o cisalhamento limite do concreto  $\gamma_f M$  e maior que o momento resistente da seção da laje. Isso sugere que os parâmetros  $\gamma_f$  e  $\gamma_v$  de proporções diferentes podem prever valores de cisalhamento e momento iguais aos seus respectivos limites. Outros dois desses seis modelos exibiram falhas de flexão de viga larga. Cada uma dessas falhas ocorreu na face do pilar ao longo da largura da laje. Os três restantes dos seis espécimes falharam devido ao arrancamento antes que suas resistências à flexão pudessem se desenvolver.

Para amostras com taxas de reforço superiores a 0,73%, o ACI 318-83 previu capacidades que eram cada vez mais conservadoras com o aumento da taxa de reforço. Corpos de prova com maiores taxas de armadura foram menos dúcteis e suas falhas de punção foram mais repentinas. A concentração da armadura na direção do pilar aumentou a rigidez, mas diminuiu a carga vertical última. Quando submetidas a um carregamento  $M/V$  de 22,7 polegadas, as lajes de amostra seriam levantadas em uma extremidade da laje e abaixadas na extremidade oposta da laje. Quando submetidos a um carregamento  $M/V$  de 5,1 polegadas, todos os espécimes foram defletidos para baixo ao longo das bordas da laje.

Com isso, Hawkins et al. Deduziram que a rigidez rotacional das ligações entre laje e pilar é reduzida proporcionalmente ao passo que a carga aumenta, e para as lajes não fissuradas as

previsões de rigidez rotacional verificadas pelo ACI 318-83 obtiveram um valor aproximado com o real. Assim para as lajes fissuradas ensaiadas foi determinada a seguinte equação para determinação da rigidez rotacional:

$$(K_{ec})_{test} = (17\rho + 0,085)(K_{ec})_{calc} \quad (2.20)$$

Onde  $(K_{ec})_{test}$  é a rigidez rotacional da laje fissurada ensaiada é  $(K_{ec})_{calc}$  a rigidez de cálculo determinada pelo ACI318-83.

#### 2.4.12. CORDOVIL, KAMARALDIN E SOUZA

Cordovil (1995) ensaiou na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (USP), dez lajes de concreto quadradas com lados de 154 cm para estudar a transferência de momento na punção, variando em suas análises o uso de armadura de cisalhamento além da transferência de momento. Ele dividiu as lajes ensaiadas em duas series “carga centrada” e “carga excêntricas”. Na série de “carga centrada” foram ensaiadas três lajes com espessura de 15 cm, sendo que apenas duas delas possuíam armadura de cisalhamento tipo pino. Para realização deste ensaio, foi utilizado um macaco hidráulico e uma chapa metálica quadrada com 10 cm de lado que simulava o pilar, a carga foi aplicada no centro da laje, no sentido de baixo para cima.

Na série de “carga excêntricas” se teve sete lajes para realização dos ensaios com 12 cm de espessura, das quais duas, a carga foi aplicada centrada, e cinco tiveram cargas aplicadas com excentricidades de 20 cm ou 40 cm. A armadura de cisalhamento, tipo pino foi utilizada em apenas três destas lajes. Para as lajes com excentricidade, a aplicação da carga contou com a utilização de um dispositivo, inventado por Cordovil (1995) sendo denominado pelo autor de “trans moment”, responsável por transmitir o momento para a laje Além disso, o sistema de ensaio contava com um macaco hidráulico para aplicar a carga de baixo para cima, o qual formava um binário em contato com a laje. Já para as lajes com carregamento centrado foi utilizada uma chapa metálica retangular com lados de 25x15 cm, simulando dessa forma o pilar.

Kamaraldin (1996) estudou o comportamento das ligações entre lajes e pilares de centro, submetidas a várias combinações de carga vertical e momentos desbalanceados. Foi dado atenção especial quanto à resistência última, rotações laje-pilar e flechas da laje. As principais variáveis nos dez corpos de prova de lajes ensaiados relatados foram a taxa de armadura e a



excentricidade das cargas aplicadas. Para o presente trabalho foram adotados os resultados obtidos de oitos lajes apenas, conforme mostrado na tabela 4.

Souza (2008) ensaiou dezenove lajes, com objetivo de estudar o comportamento estrutural e a resistência última à punção de ligações entre laje e pilar de regiões internas das lajes lisas, com um ou dois furos adjacentes ao pilar, e com ou sem download de momento fletor da laje ao pilar. Na Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília (FT/UnB), sendo as principais variáveis dos modelos, o posicionamento e as dimensões dos furos, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, a armadura de cisalhamento e a excentricidade da carga (a razão entre o momento transferido ao pilar e a força cortante).

As características das lajes ensaiadas eram quadradas, possuindo 240 cm de lado e 15 cm de espessura, e ligadas monoliticamente a um pilar retangular com lados de 50 cm x 20 cm e 85 cm de altura. Elas foram divididas em duas séries, a primeira com dez lajes sem a aplicação de momento (Série 1) e a segunda com nove lajes com a aplicação de momento (Série 2). A armadura de cisalhamento foi considerada em apenas duas lajes, as quais possuíam furos maiores. Sendo considerado para este trabalho, apenas as lajes com aplicação de momentos, sem armaduras de cisalhamento e sem furos adjacentes ao pilar.

#### 2.4.13. FERREIRA

Por sua vez Ferreira (2010) ensaiou dezesseis lajes quadradas com lados de 250 cm e espessura com 18 cm, possuindo armadura de cisalhamento do tipo “*stud*” e submetidas a carregamento simétrico e excêntrico, com o objetivo de avaliar o comportamento das ligações com momentos desbalanceados. Os experimentos foram divididos em duas séries de oito lajes cada.

As lajes ensaiadas na primeira série, foram apoiadas em pilares de seção transversal circular com diâmetros de 27, 36 e 45 cm, cujo parâmetros taxa de armadura de flexão e quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento foi variado entre os espécimes, com o objetivo principal de analisar o modo de ruptura deles. A segunda série era formada por lajes apoiadas em pilares de seção transversal quadrada com 30 cm de lado. Variando as taxas de armadura de flexão e de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, e a aplicação de carregamento excêntrico objetivando verificar efeito da transferência de momento fletor na resistência à punção das ligações entre a laje e o pilar interno.

Para este trabalho será objeto de estudo apenas a segunda série, que foi submetida a carregamento excêntrico com o objetivo de verificar o efeito da transferência de momentos na resistência à punção de ligações laje-pilar internos e utilizando como variáveis os parâmetros da armadura de cisalhamento. O esquema de carregamento utilizado na 2ª série pode ser visto na Figura 2.17.

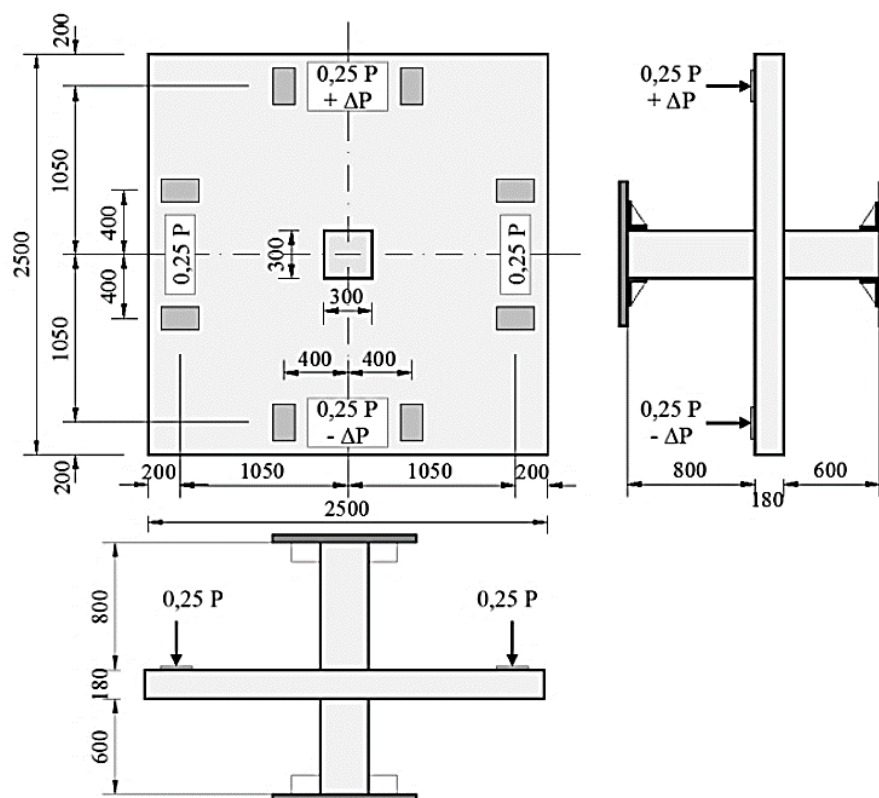
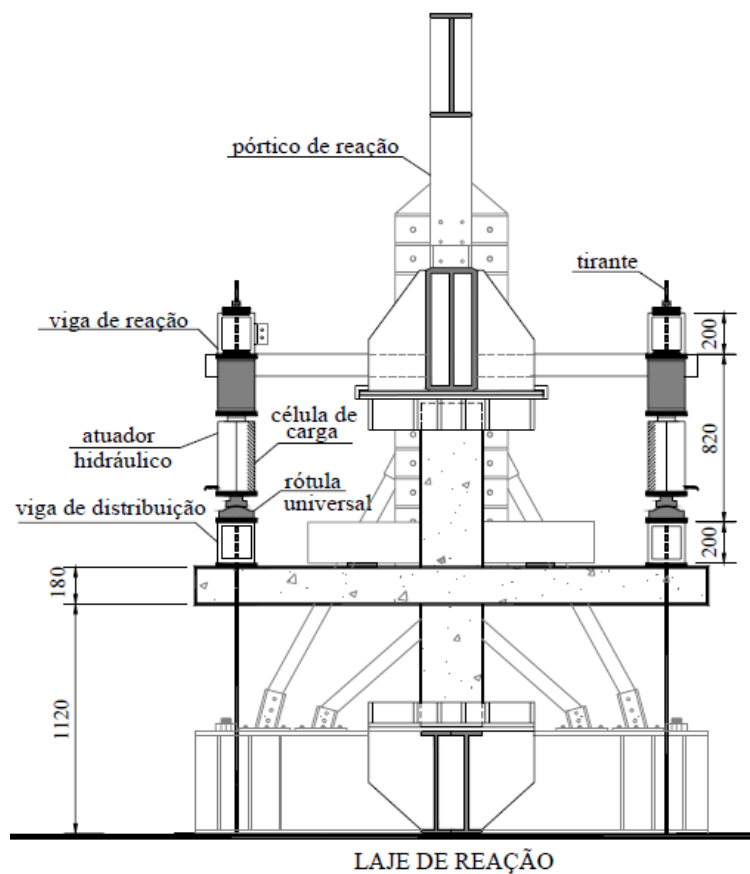
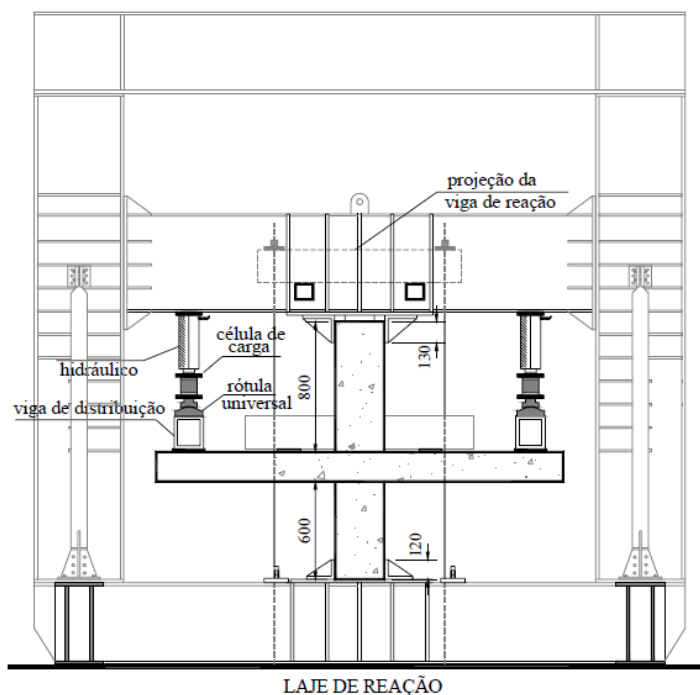


Figura 2.17 - Dimensões em mm e layout de carregamento das lajes ensaiadas por Ferreira (2010)

O ensaio experimento contou com um pórtico de reação adaptado, composto por cilindros hidráulicos, conjuntos de células de carga, tirantes, bombas e vigas metálicas, conforme esquematizado na Figura 2.18.



a) – Apresentação em CORTE do Sistema de aplicação de cargas



b) – Apresentação em CORTE do Sistema de aplicação de cargas

Figura 2.18 - Sistema de aplicação de cargas das lajes ensaiadas por Ferreira (2010)

#### 2.4.14. OLIVEIRA (2012)

Oliveira (2012) também estudou o efeito da transferência de momento desbalanceado na ligação laje-pilar, e o efeito da presença de furos próximos ao pilar sobre o desempenho estrutural, e o limite de resistência à resistência à punção. Sete lajes medindo 240 cm de lado e 15 cm de espessura foram testados monoliticamente fixadas a um pilar central retangular medindo 50x20 cm de lado e 85 cm de altura.

As principais variáveis levadas em consideração na análise realizada por Oliveira (2012) foram a presença de furo quadrado com 40x40 cm posicionado próximo ao pilar, a taxa e a distribuição da armadura de flexão, e o carregamento com distintas transferências de momento fletor da laje para o pilar.

No sistema de ensaio as lajes foram carregadas de cima para baixo utilizando atuadores hidráulicos vazados, os quais foram posicionados em cima de vigas de distribuição metálicas, dispostas nas bordas da laje. Cada viga foi apoiada em duas placas metálicas de distribuição, assentadas na laje, por onde o carregamento foi transmitido. Como a reação ao carregamento ocorreu no pilar central, ligado monoliticamente a laje, o mesmo foi apoiado sobre um bloco de concreto armado cúbico, com arestas de 60 cm, o qual teve a função de facilitar o deslocamento embaixo da laje além de transmitir a reação da peça de ensaio à laje de reação.

O ensaio experimental foi realizado com as lajes carregadas de cima para baixo utilizando atuadores hidráulicos vazados, os quais foram posicionados em cima de vigas de distribuição metálicas, dispostas nas bordas da laje. Cada viga foi apoiada em duas placas metálicas de distribuição, instalada na laje, por onde o carregamento foi transmitido. Como a reação ao carregamento ocorreu no pilar central, ligado monoliticamente a laje, o mesmo foi apoiado sobre um bloco de concreto armado cúbico, com arestas de 60 cm, com a função de facilitar o deslocamento embaixo da laje além de transmitir a reação da peça de ensaio à laje de reação. Para compor o banco de dados da Tabela 4, foi considerado os resultados da laje de referência, sem armadura de cisalhamento.

#### 2.4.15. OLIVEIRA (2013)

Com o propósito de replicar o fenômeno de punção em ligações internas, que representa partes de um pavimento real, Oliveira (2013) realizou uma investigação experimental com

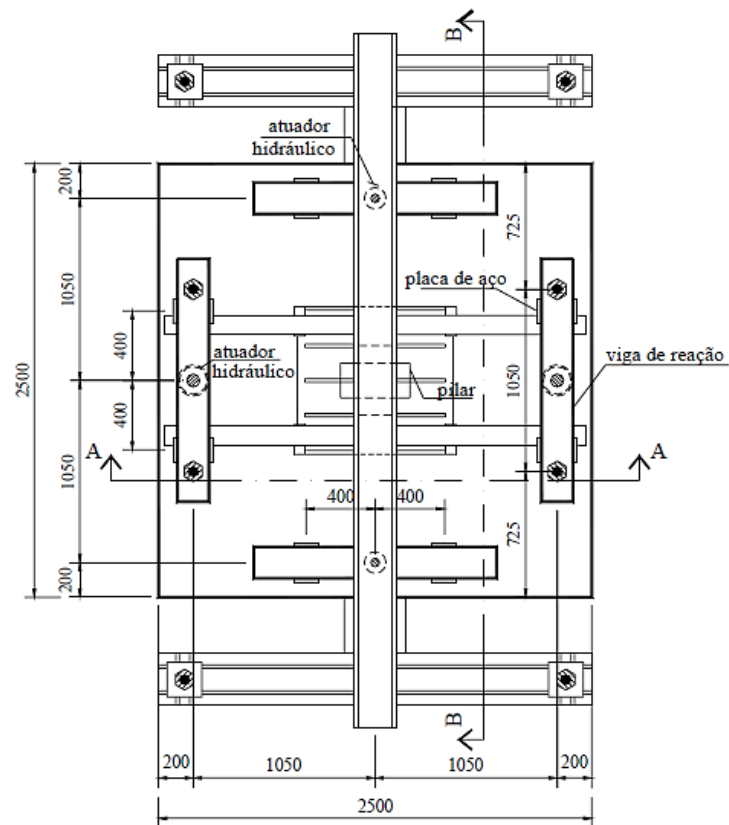
dezesseis lajes lisas quadradas de 250 cm de lado e 18 cm de espessura. Essas lajes foram suportadas por um pilar retangular interno com dimensões de 20 x 40 cm.

As lajes ensaiadas foram produzidas em concreto e reforçadas com armaduras do tipo double-headed stud para o cisalhamento. Elas foram submetidas a carregamentos simétricos e excêntricos. Os principais parâmetros avaliados no estudo incluíram a presença ou ausência de armadura de cisalhamento, a taxa de armadura de cisalhamento, o número de camadas da armadura de cisalhamento, o tipo de carregamento (simétrico ou excêntrico) e o eixo de flexão dos modelos submetidos a carregamento excêntrico.

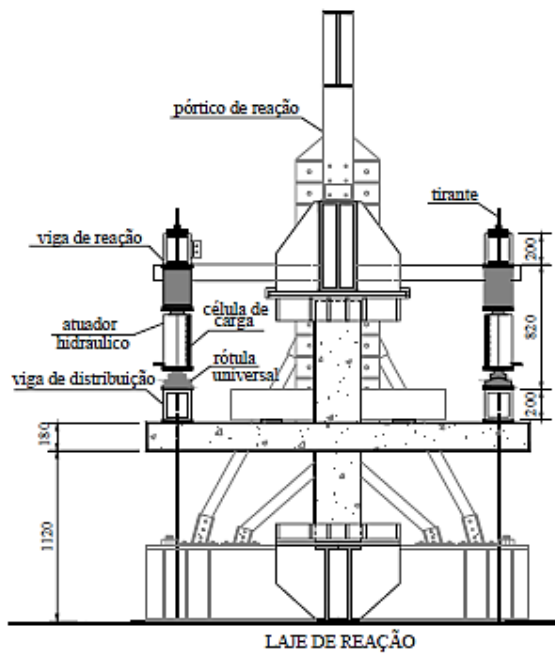
Os ensaios foram divididos em três séries distintas. A primeira série, denominada LN, envolveu carregamentos simétricos, nos quais não houve transferência de momento. Na segunda série, chamada LS, os carregamentos foram aplicados de forma excêntrica, resultando em transferência de momento no eixo de maior inércia da seção transversal do pilar. Já na terceira série, LW, o carregamento também foi excêntrico, porém com transferência de momento no eixo de menor inércia da seção transversal do pilar.

As lajes ensaiadas foram todas reforçadas com armadura de flexão, que consistia em barras de aço CA-50 com diâmetro de 16,0 mm. Essas barras foram espaçadas a cada 90 mm em uma direção e a cada 100 mm na outra direção, sendo posicionadas na parte superior das lajes.

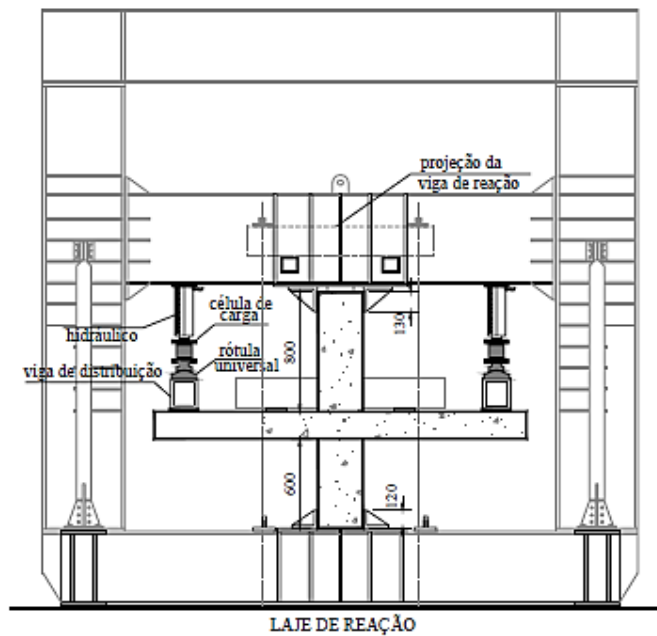
Oliveira (2013) utilizou um sistema de ensaio composto por um pórtico de reação, quatro cilindros hidráulicos, quatro conjuntos de células de carga com indicadores digitais, três bombas hidráulicas e quatro vigas metálicas rígidas. Esse sistema foi projetado para distribuir o carregamento aplicado pelos cilindros em duas chapas de aço, resultando em oito pontos de aplicação de carga. A Figura 2.19 apresenta o esquema de ensaio adotado para ilustrar essa configuração.



a) – Vista superior



b) – Corte A-A



c) – Corte B-B

Figura 2.19 - Esquema de ensaio do pórtico de reação metálico por Oliveira (2013).

A localização das cargas nas lajes foi planejada de acordo com os pontos de aplicação e as placas de distribuição de carga, como mostrado nas plantas ilustradas nas Figuras 2.20 e 2.21. É importante ressaltar que cada ponto de aplicação de carga foi dividido em dois, resultando em oito pontos de aplicação de carga para distribuir as cargas sobre a laje.

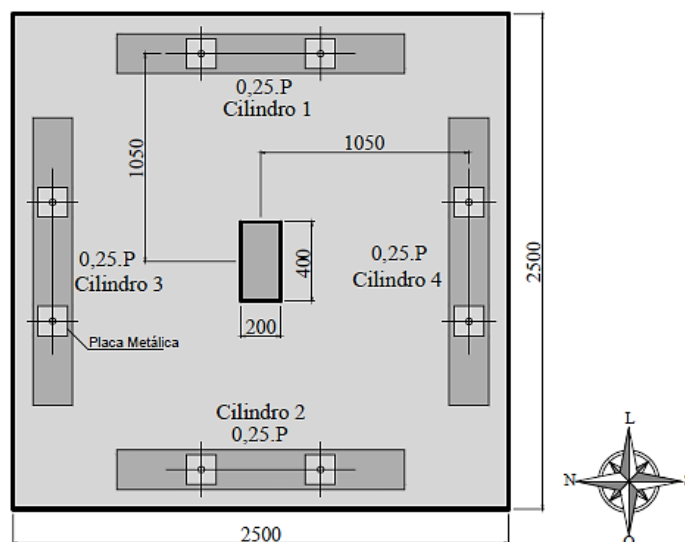


Figura 2.20 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LN (Oliveira, 2013).

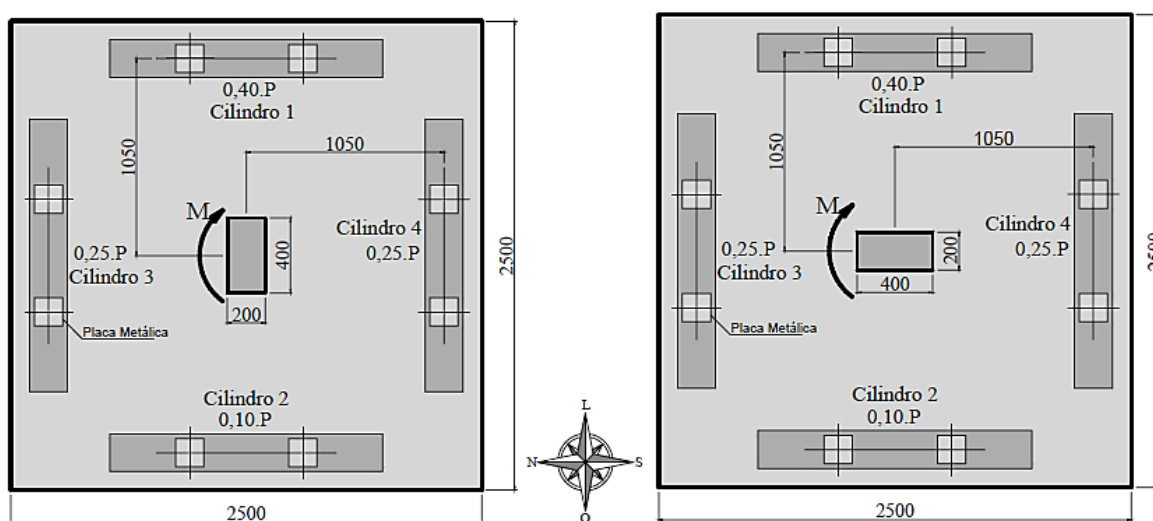


Figura 2.21 - Pontos de aplicação e placas de distribuição de carga das lajes LS e LW (Oliveira, 2013).

#### 2.4.16. DRAKATOS ET. AL E SECCI ET. AL

Em 2016, Drakatos et al. realizaram uma revisão e comparação das configurações de ensaios experimentais utilizados em estudos sobre a punção em lajes lisas de concreto. Além disso, o

autor conduziu um estudo experimental para avaliar a influência de carregamentos cíclicos e monotônicos em ligações internas laje-pilar desprovidas de armadura de cisalhamento, considerando diferentes cargas gravíticas e taxas de armadura de flexão.

As lajes foram testadas em escala real, e o estudo revelou que o carregamento cíclico leva, especialmente para lajes submetidas a baixas cargas de gravidade, a uma redução significativa da resistência ao momento e da capacidade de deformação em comparação com os resultados obtidos em testes de carga monotônica. O efeito do carregamento cíclico é mais acentuado para lajes com baixa taxa de armadura.

Através dos resultados, o autor constatou que, para cargas de baixa gravidade, o aumento da taxa de armadura teve pouca influência na capacidade de momento. Para cargas de alta gravidade, o aumento da taxa de armadura teve pouco impacto na capacidade de deformação. De acordo com o autor, análises não lineares por elementos finitos mostram que a rigidez e a capacidade de deformação das ligações laje-pilar dependem da configuração experimental escolhida. Inclusive a configuração adotada para a realização do estudo reproduziu bem a resposta momento-rotação da ligação de uma ligação interna laje-pilar de uma configuração típica de edifício.

Os resultados experimentais ainda foram confrontados com as previsões do ACI-318, Eurocode 2 e fib Model Code 2010. O ACI-318 e o fib MC2010 fornecem as estimativas mais conservadoras da capacidade de momento, seguidos pelo EC2 em termos de exatidão e precisão. O ACI-318 estima com bastante precisão a capacidade de rotação da conexão dos testes cíclicos. No entanto, segundo o autor, o ACI-318 superestima a capacidade de rotação para cargas verticais elevadas.

Secci et al. (2021) realizaram uma análise do desempenho das configurações experimentais dos últimos anos, com o objetivo de avaliar a resistência à punção de ligações laje-pilar em lajes sob carregamento vertical e horizontal. Os autores observaram que existem poucas configurações de ensaios que buscam reproduzir a ruptura excêntrica por punção em lajes.

Focando na configuração desenvolvida na Faculdade de Ciências e Tecnologia da NOVA em Lisboa, eles analisaram seu desempenho e, através de análises não lineares de elementos finitos calibradas em dados experimentais, concluíram que essa configuração poderia fornecer rotações últimas confiáveis de ligações contínuas de lajes. No entanto, ela poderia subestimar a resistência à punção.



Apesar de as configurações dos demais autores analisados conduzirem a resultados semelhantes quando comparadas com a configuração de Lisboa, esta última se mostrou superior, fornecendo uma representação mais precisa de uma ligação contínua laje-pilar.

## 2.5. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Neste tópico, serão apresentadas as formulações utilizadas para determinar a resistência à punção de acordo com diferentes códigos normativos de projetos estruturais em concreto armado. É importante ressaltar que as equações que estimam as solicitações e aquelas que determinam as resistências serão tratadas sem a aplicação de quaisquer fatores de majoração ou minoração. Esta abordagem visa realizar uma análise das estimativas obtidas por meio desses métodos teóricos em comparação com os resultados nominais de suas formulações, sem considerar quaisquer fatores de segurança relacionados aos resultados de projeto.

Vale ressaltar que o presente trabalho não abrangerá as prescrições normativas para modelos com armadura de cisalhamento.

### 2.5.1. ABNT NBR 6118:2023

O modelo de cálculo adotado pela NBR 6118:2023 considera uma verificação do cisalhamento em dois ou mais perímetros críticos definidos em regiões do entorno de forças concentradas. sendo o perímetro crítico  $u_0$  (contorno do pilar ou da área carregada), e o segundo perímetro crítico  $u_1$ , afastado a uma distância de  $2.d$  das faces do pilar ou área carregada, representado na figura 2.22.

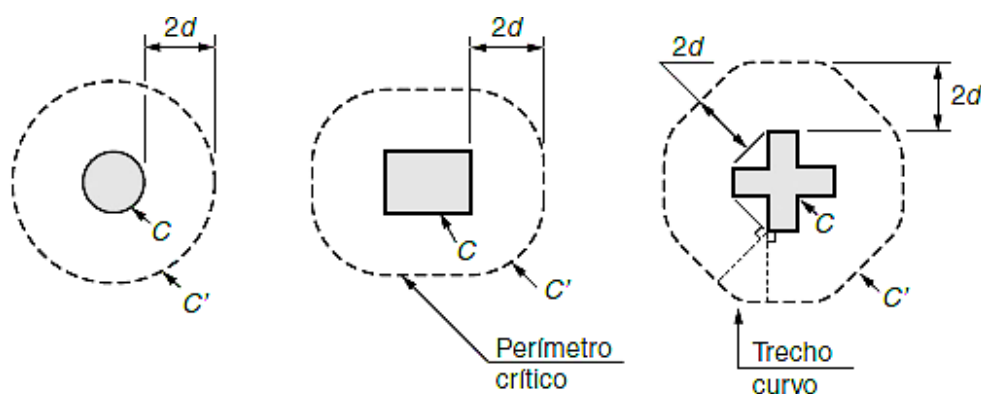


Figura 2.22 – Perímetro crítico em pilares internos NBR 6118:2023

A tensão solicitante na ligação laje-pilar é influenciada pela carga transferida da laje para o pilar, que pode ser centrada ou apresentar excentricidade. De acordo com o item 19.5.2.2 da norma, quando ocorre a transferência de momento da laje para o pilar, é necessário considerar o efeito de assimetria. O momento fletor causa variações na tensão solicitante em diferentes trechos do perímetro crítico: em alguns trechos, a tensão aumenta, enquanto em outros, ela diminui.

Santos (2018) considera que com duas componentes de momentos fletores admitidas, é preciso estudar a tensão solicitante em quatro trechos do perímetro crítico, e o maior valor absoluto entre eles é determinante para a resistência à punção. A Figura 2.23 apresenta as tensões de cisalhamento nos quatro trechos do perímetro crítico em ligações laje-pilar internas.

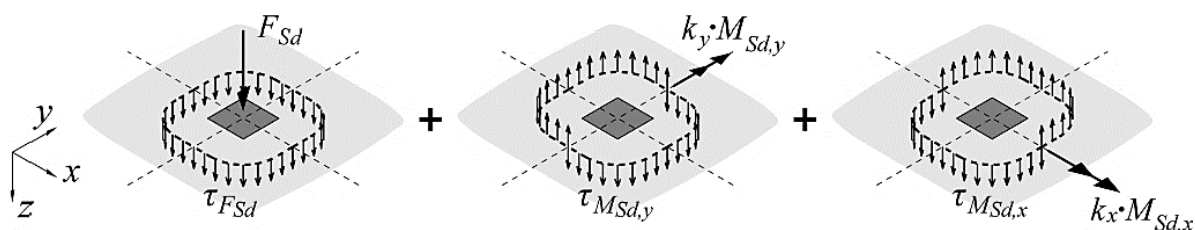


Figura 2.23 – Dedução da tensão solicitante máxima em ligações laje-pilar internas (Santos, 2018)

A tensão solicitante pode ser calculada de acordo com o item 19.5.2.2 da norma:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{ud} + \frac{KM_{sd}}{W_p d} \quad (2.21)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (2.22)$$

Onde  $F_{sd}$  é a força ou reação solicitante de cálculo,  $u$  é o perímetro da superfície crítica,  $d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico  $C'$ ,  $d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais,  $K$  é o coeficiente que fornece a parcela de momento transmitida ao pilar por cisalhamento,  $M_{sd}$  é o momento de cálculo solicitante,  $W_p$  módulo de resistência plástica do perímetro crítico.

O coeficiente  $K$  depende da relação  $C_1/C_2$ , onde  $C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força e  $C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força. Os

valores de  $K$  podem ser obtidos da Tabela 1. Para pilares circulares, deve ser adotado o valor de  $K=0,6$

Tabela 1 - Valores de  $K$  segundo a NBR 6118:2023

$C_1/C_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
$K$	0,45	0,6	0,7	0,8

Para um pilar retangular e circular, o valor de  $W_p$  pode ser calculado respectivamente pela expressão 2.23 e 2.24:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (2.23)$$

$$W_p = (D + 4d)^2 \quad (2.24)$$

Onde  $D$  corresponde ao diâmetro do pilar.

A verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica  $C$  deve ser feita no contorno  $C$  do pilar, em lajes submetidas a punção, com ou sem armadura, através da equação:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 a_v f_{cd} \quad (2.25)$$

Onde:

$$a_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (2.26)$$

Sendo  $\tau_{Rd2}$  é a tensão resistente à compressão diagonal de cálculo do concreto,  $f_{ck}$  é a resistência característica do concreto em Mpa e  $f_{cd}$  é a resistência de cálculo do concreto em MPa.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 a_v f_{cd} \quad (2.27)$$

Para a previsão da resistência a punção em lajes lisas sem armaduras de cisalhamento, na superfície crítica  $C'$  é dado de acordo com o item 19.5.3.2:

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13(1 + \sqrt{20/d})(100\rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \quad (2.30)$$

Sendo:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 0,02 \quad (2.31)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (2.32)$$

$$(1 + \sqrt{20/d}) \leq 2,00 \text{ (size effect)} \quad (2.33)$$

Em que  $d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico  $C'$ ,  $\rho$  é a taxa de armadura de flexão tracionada,  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura tracionada em suas respectivas direções, calculadas como igual à dimensão do pilar acrescida de  $3d$  para cada um dos lados.

#### 2.5.2. ACI 318-19

O ACI 318-19 recomenda que a resistência ao cisalhamento bidirecional deve ser analisada em seções críticas nos perímetros  $d/2$  da face do pilar e, se aplicável, mudanças na espessura da laje (Seção 22.6.4.1). A Figura 2.24 apresenta o perímetro crítico adotado para pilares quadrados.

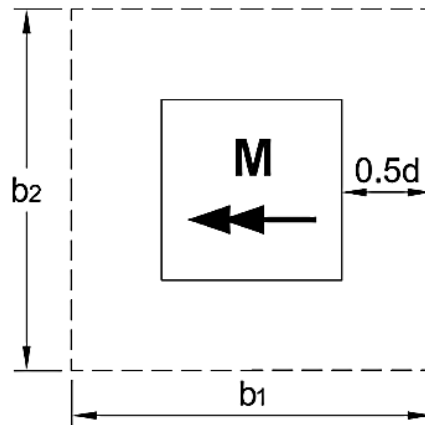


Figura 2.24 – Seção crítica localizada a  $0,5d$  de distância do pilar de acordo com ACI 318-19  
(ACI Committee 318, 2019)

Encontra-se na seção 22.6.5.2 os parâmetros para determinar a resistência bidirecional do concreto,  $v_c$ , para uma laje sem armadura de cisalhamento:

$$v_c = \min \left\{ \begin{array}{l} 0.33 \\ 0.17 \left( 1 + \frac{2}{\beta} \right) \\ 0.083 \left( 2 + \frac{a_s d}{b_0} \right) \end{array} \right\} \lambda_s \lambda \sqrt{f'_c} \quad (2.34)$$

onde  $\beta$  é a razão entre o maior e o menor lado do pilar,  $\alpha_s$  vale 40 para pilares internos, 30 para de borda e 20 para de canto,  $d$  é a profundidade efetiva da laje (da fibra comprimida ao centroide da armadura de flexão) e  $\lambda$  é 1,0 para concreto de densidade normal e varia entre 0,75 e 1,0 para concreto de baixa densidade.

O *size effect*  $\lambda_s$ , é encontrado pela equação 2.35:

$$\lambda_s = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{d}{250}}} \quad (2.35)$$

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento das ligações laje-pilar à punção, deve satisfazer a seguinte condição:

$$v_n \geq v_u \quad (2.36)$$

A tensão solicitante na ligação laje-pilar depende da carga transferida da laje para o pilar, podendo ser centrada ou apresentar excentricidade. Devido ao efeito do momento fletor, alguns trechos do perímetro crítico apresentam aumento na tensão solicitante, enquanto outros apresentam diminuição.

Considerando duas componentes de momentos fletores, é necessário analisar a tensão solicitante ao longo de todo o perímetro crítico, e o maior valor absoluto é determinante para a resistência à punção. A Figura 2.25 mostra as tensões de cisalhamento verticais nos quatro trechos do perímetro crítico em ligações laje-pilar internas.

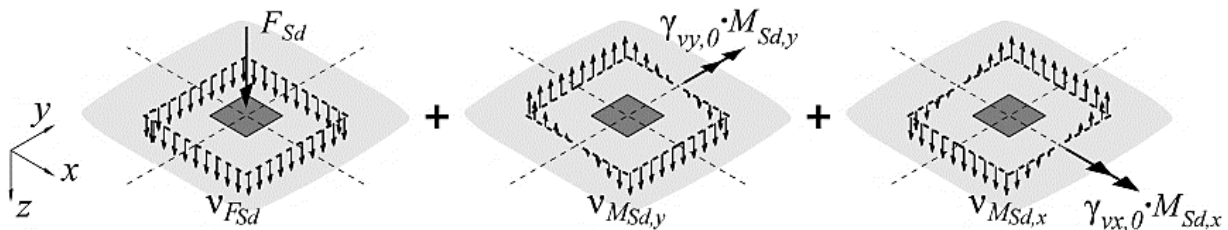


Figura 2.25 – Tensões solicitantes em ligações laje-pilar internas (Santos, 2018)

O valor máximo da tensão de cisalhamento solicitante, quando existe transferência de momento fletor na ligação laje-pilar, é dada pela equação 2.37:

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c}{J_c} \quad (2.37)$$

Onde  $V_u$  é a força cortante solicitante na ligação laje-pilar,  $M_u$  o momento fletor solicitante na ligação laje-pilar e  $c$  a excentricidade do perímetro crítico.

O parâmetro  $\gamma_v$  é dado pela Seção 8.4.4.2.2:

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad (2.38)$$

Sendo  $\gamma_f$ :

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \quad (2.39)$$

Com  $b_1$  e  $b_2$  sendo, respectivamente, as dimensões da seção crítica na direção de aplicação do momento fletor e na direção perpendicular a essa.

A seção 8.4.2.2.4 do ACI 318-19 afirma que o valor de  $\gamma_f$  pode ser aumentado (e, portanto, o valor de  $\gamma_v$  ser diminuído) se os critérios mostrados na Tabela 2 forem atendidos. O máximo admissível para  $\gamma_f$  depende da localização da conexão e da direção do vão e só pode ser aumentado se caso a tensão de cisalhamento nominal fatorada,  $v_{uv}$ , não exceder uma porcentagem da resistência ao cisalhamento  $v_c$  e a tensão de tração líquida dentro da laje efetiva largura,  $\varepsilon_t$ , excede a tensão de cedência da armadura,  $\varepsilon_{ty}$ , mais uma dada constante.

Para pilar quadrado, o  $\gamma_f$  máximo permitido é 1,0 para ligações de borda analisadas no vão paralelo à borda livre e ligações de canto em qualquer um dos vãos. Para ligações de borda analisadas perpendicularmente à borda livre e ligações internas em qualquer vão, o  $\gamma_f$  máximo permitido é 0,75. Lembre-se de que o  $\gamma_f$  não modificado para uma coluna quadrada é 0,6.

As prescrições sobre esta disposição do ACI são limitadas. Exceto os casos em que são impostos desvios laterais, a tensão de tração líquida,  $\varepsilon_t$ , pode ser determinada realizando uma análise da seção da laje. No entanto, o momento desbalanceado suportado pelas tensões de flexão da laje deve ser conhecido para realizar esta análise. Além disso, a disposição permite que  $\gamma_f$  seja aumentado até um valor máximo, mas não sugere um método para determinar valores intermediários de  $\gamma_f$ .

Tabela 2 – Valores modificados máximos de  $\gamma f$  para lajes bidirecionais não protendidas  
(adaptado ACI 318-19, Seção 8.4.2.2.4).

Column location	Span direction	$v_{uv}$	$\varepsilon_t(\text{within } b_{\text{slab}})$	Max modified $\gamma_f$
<b>Coner column</b>	Either direction	$\leq 0.5\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0.003$	1.0
<b>Edge column</b>	Perpendicular to edge	$\leq 0.75\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0.003$	1.0
	Parallel to edge	$\leq 0.4\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0.008$	$\frac{1.25}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \leq 1.0$
<b>Interior column</b>	Either direction	$\leq 0.4\Phi v_c$	$\leq \varepsilon_t + 0.008$	$\frac{1.25}{1 + \left(\frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \leq 1.0$

Para pilar interno  $A_c$  é a área de concreto da seção crítica assumida, e  $J_c$  é a propriedade geométrica da seção crítica assumida, análoga ao momento polar de Inércia da seção crítica em relação aos eixos de ação do momento fletor  $M_u$ , podendo ser calculados através de:

$$A_c = 2d \cdot (c_1 + c_2 + 2d) \quad (2.40)$$

$$J_c = \frac{d(c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d)d^2}{6} + \frac{d(c_2 + d)(c_1 + d)^2}{2} \quad (2.41)$$

Onde  $c_1$  é o comprimento da face do pilar na direção de análise e  $c_2$  é o comprimento da face da coluna no plano perpendicular à análise.

### 2.5.3. EUROCODE 2:2014

O Eurocode 2:2014 recomenda que a punção seja verificada no perímetro crítico localizado a uma distância  $2d$  da face do pilar, esse contorno é ilustrado na Figura 2.26 para diferentes geometrias de pilar. Ao contrário do ACI, os cantos são arredondados.

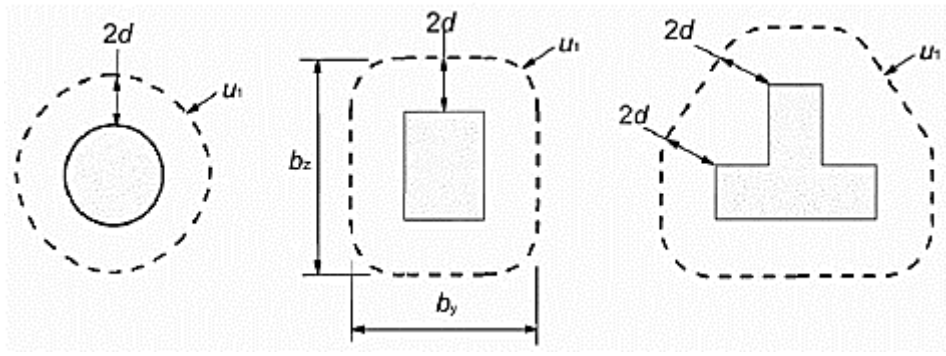


Figura 2.26 – Perímetro de controle segundo o (Eurocode 2:2014)

A norma propõe para o cálculo da resistência ao cisalhamento resistente para a verificação da punção:

$v_{Rd,c}$ : tensão de cálculo da resistência à punção no perímetro crítico  $u_1$  sem armadura de cisalhamento;

$v_{Rd,cs}$ : tensão de cálculo da resistência à punção no perímetro crítico  $u_1$  com armadura de cisalhamento;

$v_{Rd,max}$ : máxima tensão de cálculo da resistência à punção na ligação laje-pilar.

Sendo necessário que as seguintes considerações sejam realizadas:

$$v_{Ed} \leq v_{Rd,max} \quad (2.42)$$

Sendo  $v_{Ed}$  a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo. Quando  $v_{Ed}$  exceder o valor de  $v_{Rd,c}$ , deve ser empregada armadura transversal de cisalhamento.

Para os casos em que é considerado reação de apoio excêntrica em relação ao perímetro de controle, a máxima tensão de cisalhamento deve ser calculada como:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \quad (2.43)$$

O coeficiente  $\beta$  considera os efeitos da excentricidade da carga, deste modo quando não houver excentricidade deve-se considerar om valor igual a 1,0.

Já nos casos de carregamentos assimétricos na laje,  $\beta$  é determinado pela equação:

$$\beta = \left( 1 + K \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \right) \quad (2.44)$$



Sendo  $W_1$  o módulo resistente da seção crítica e seu valor é dado pela equação:

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl \quad (2.45)$$

Onde  $dl$  corresponde ao comprimento elementar do perímetro de controle, e  $(e)$  a distância de  $dl$  ao eixo em torno do qual atua o momento solicitante. Para pilares retangulares  $W_1$  também pode ser calculado por:

$$W_1 = \frac{C_1^2}{2} + C_1 C_2 + 4C_2 d + 16d^2 + 2\pi d C_1 \quad (2.46)$$

$C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força,  $C_2$  a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

O coeficiente  $K$  depende da relação entre as dimensões  $C_1$  e  $C_2$  do pilar, este valor é uma função das proporções entre uma parcela de momento fletor transmitida por cisalhamento e outra parcela transmitida por flexão e torção, assumindo os valores apresentados na Tabela 3:

Tabela 3 – Valores de K segundo Eurocode 2:2014

$C_1/C_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
$K$	0,45	0,6	0,7	0,8

Alternativamente, o Eurocode 2:2014 permite que seja adotado o seguinte fator  $\beta$  para simplificação dos cálculos:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_x}{b_{y,i}}\right)^2 + \left(\frac{e_y}{b_{x,i}}\right)^2} \quad (2.47)$$

Onde  $e_x$  e  $e_y$  são as excentricidades do carregamento em cada direção ortogonal. Os termos  $b_{x,i}$  e  $b_{y,i}$  são as dimensões projetadas do perímetro crítico que estiver sendo analisado exemplificado na Figura 2.27 para o perímetro crítico  $u_1$ .

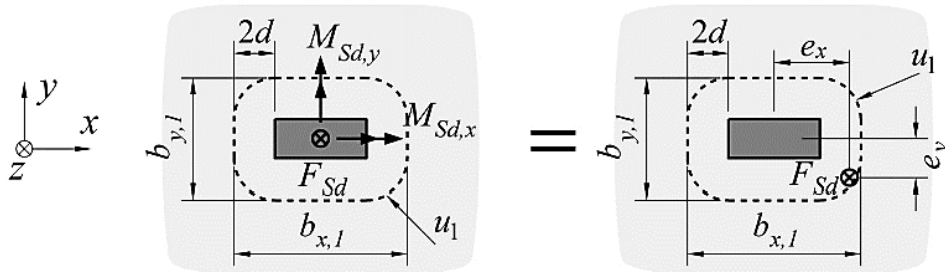


Figura 2.27 – Momentos fletores nas duas direções (Santos, 2018)

Desse modo, para uma laje lisa com pilar interno, as verificações exigem que a tensão solicitante de cálculo seja menor ou igual a tensão resistente de cálculo, conforme equação:

$$v_{Sd} \leq v_{Rd} \quad (2.48)$$

Sendo a tensão resistente  $v_{Rd}$  determinada pela equação:

$$v_{Rd} = 0,18\xi(100\rho_1f_{ck})^{1/3} \quad (2.49)$$

$\xi$  representa o efeito escala (*size effect*) dado por:

$$\xi = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0 \quad (2.50)$$

Com  $d$  em mm. Já  $\rho_1$  representa a taxa geométrica de armadura nas duas direções ortogonais,  $\rho_1 = \sqrt{\rho_{1x} \rho_{1y}} \leq 0,02$ . Portanto a carga resistente no perímetro crítico é calculada com a equação 2.51:

$$V_{Rd} = v_{Rd} \cdot u_1 d = 0,18(100\rho_1f_{ck})^{1/3} \cdot u_1 d \quad (2.51)$$

A tensão de cisalhamento máxima  $v_{R,max}$  é calculada na seção junto ao perímetro do pilar ou área carregada pela equação:

$$v_{R,max} = 0,5 \cdot v \cdot f_c \quad (2.52)$$

Sendo:

$$v = 0,6 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \quad (2.53)$$

Onde o  $f_{ck}$  é dado em MPa.

#### 2.5.4. CEB-FIP MODEL CODE 2010:2013

O Model Code 2010 considera que a punção é resistida pelo perímetro  $b_o$  e profundidade  $d_v$ . O perímetro  $b_o$  é o perímetro de controle resistente ao cisalhamento, determinado com base na geometria e no carregamento, e  $d_v$  a profundidade efetiva da laje que resiste ao cisalhamento, levando em consideração a penetração do pilar na mesma, utilizada para caracterizar a superfície de ruptura. Para finalidade de cálculo da laje, é utilizada a altura útil  $d$ . Na Figura 2.28 é possível ver a delimitação do perímetro de controle para pilares centrados e na Figura 2.29, a altura útil ( $d$ ) e altura útil efetiva ( $d_v$ ) da laje.

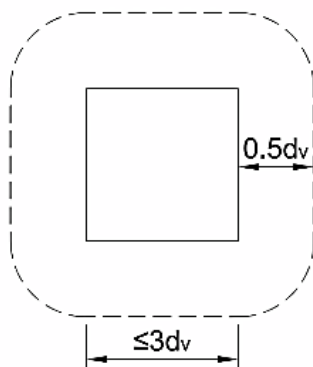


Figura 2.28 – Seção crítica localizada a  $0,5d_v$  de distância da coluna (Model Code 2010:2013)

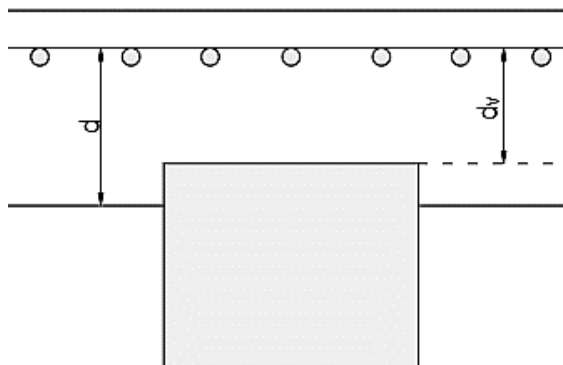


Figura 2.29 – Altura útil ( $d$ ) e altura útil efetiva ( $d_v$ ) da laje (Adaptado fib MODEL CODE 2010)

O perímetro de controle básico,  $b_1$ , é reduzido para  $b_{1,red}$  considerando distribuições não uniformes de forças cisalhantes causadas por descontinuidades geométricas da laje. Uma vez que  $b_{1,red}$  é determinado, ele multiplicado pelo coeficiente de excentricidade  $k_e$  para determinar o perímetro de controle resistente ao cisalhamento  $b_o$ :

$$b_o = k_e \cdot b_{1,red} \quad (2.54)$$

Quando lajes adjacentes diferem não mais que 25% em comprimento,  $k_e$  pode ser aproximado como 0.90 para lajes com pilares de centro, 0.70 para de borda, 0.65 para lajes de canto. O coeficiente de excentricidade,  $k_e$ , pode ser calculado com mais precisão como:

$$k_e = \frac{1}{1 + e_u/b_u} \quad (2.55)$$

onde  $e_u$  é a excentricidade da resultante das forças de cisalhamento em relação ao centroide do perímetro de controle, básico e  $b_u$  é o diâmetro de uma coluna circular que equivalente a mesma área dentro do perímetro de controle básico,  $b_o$ , como a forma do pilar projetado. A excentricidade  $e_u$  é determinada pela equação 2.56:

$$e_u = \sqrt{e_{ux}^2 + e_{uy}^2} = \sqrt{(M_{Ed,x}/V_{Ed})^2} \quad (2.56)$$

Onde  $e_{ux}$  e  $e_{uy}$  são as excentricidades nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente e  $M_{Ed,x}$  e  $M_{Ed,y}$  são os momentos aplicados nos vãos direcionais  $x$  e  $y$ , respectivamente.

A resistência ao cisalhamento é calculada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \leq V_{Ed} \quad (2.57)$$

Onde  $V_{Rd,c}$  é a resistência de projeto ao cisalhamento do concreto e  $V_{Rd,s}$  é a resistência de projeto ao cisalhamento da armadura de cisalhamento. Observe que as unidades do SI são usadas em todas as equações apresentadas nesta seção. A resistência de projeto ao cisalhamento do concreto é:

$$V_{Rd,c} = k_\psi \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} b_0 d_v \quad (2.58)$$

Onde  $k_\psi$  é o parâmetro que considera as rotações da laje, e  $f_{ck}$  é o valor característico da resistência à compressão do concreto determinado a partir do ensaio. O parâmetro  $k_\psi$  é determinado pela equação 2.59:

$$k_\psi = \frac{1}{1.5 + 0.9k_{dg}k_\psi} \leq 0.6 \quad (2.59)$$

Onde  $k_{dg}$  é um parâmetro dependente do tamanho agregado,  $\psi$  é a rotação da laje em torno da área suportada e  $d$  é o valor médio (em mm) da profundidade efetiva de flexão para a direção  $x$  e  $y$ .

Se  $d_g$  for menor que 16 mm, deverá ser adotado a 1.00. caso contrário,  $k_{dg}$  é considerado como:

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 \quad (2.60)$$

Onde  $d_g$  está em mm. Para concreto leve e de alta resistência,  $d_g$  é assumido como 0 devido à possibilidade de quebra de partículas de agregados, o que reduziria o intertravamento dos agregados.

A rotação da laje  $\psi$  é determinada por um dos quatro níveis de aproximação: Nível I, Nível II, Nível III ou Nível IV. A Figura 2.30 ilustra a rotação da laje.

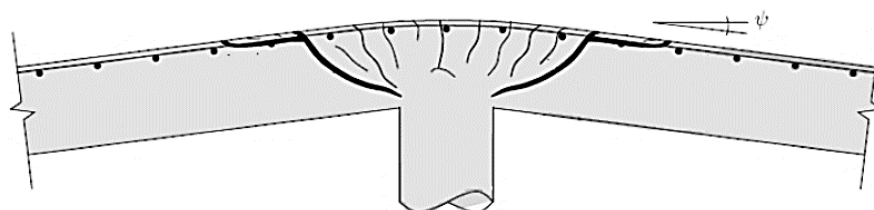


Figura 2.30 – Rotação ( $\psi$ ) da laje em torno da região de suporte (fib MODEL CODE 2010)

O nível I é usado para lajes planas regulares projetadas de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa das forças internas. A rotação da laje em torno do pilar é determinada como:

$$\psi = 1.5 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \quad (2.61)$$

Onde  $r_s$  é a posição em que o momento de flexão radial é zero em relação ao eixo de suporte,  $f_{yd}$  é o limite de escoamento de projeto do aço de reforço em tração,  $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço de reforço. A variável  $r_s$  pode ser aproximada como o maior de  $0.22L_x$  ou  $0.22L_y$  para as direções  $x$  e  $y$ , respectivamente, para lajes planas onde a relação entre vãos ( $L_x/L_y$ ) está entre 0.5 e 2.0.

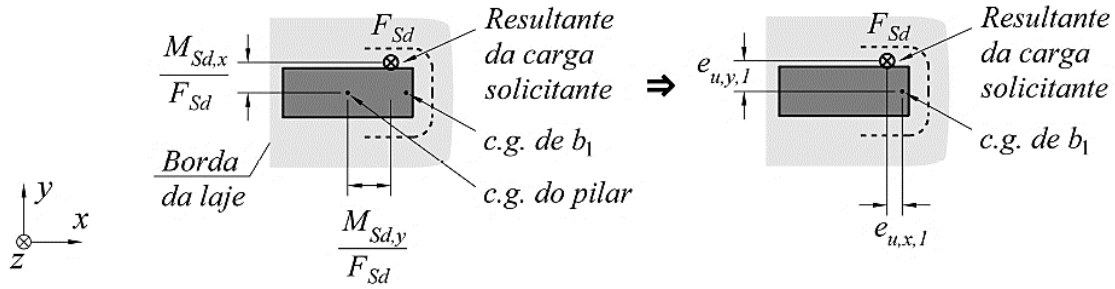
O nível II é usado quando a redistribuição significativa do momento fletor é considerada no projeto. A rotação da laje em torno do pilar é determinada como:

$$\psi = 1.5 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \left( \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (2.62)$$

Onde  $m_{Ed}$  é o momento médio por unidade de comprimento para cálculo da armadura de flexão na região de apoio, e  $m_{Rd}$  é a resistência à flexão média de projeto por unidade de comprimento na região de apoio. Para colunas internas:

$$m_{Ed} = V_{Ed} \left( \frac{1}{8} + \frac{e_{u,i}}{2b_s} \right) \quad (2.63)$$

Na equação 2.62,  $e_{u,i}$  refere-se à maior excentricidade das forças de cisalhamento resultantes em relação ao centroide do perímetro de controle básico  $b_1$  nas direções ortogonais  $x$  e  $y$  ( $i$  é igual a  $x$  e  $y$  para as direções  $x$  e  $y$ , respectivamente). Na Figura 2.31(a), é ilustrada a posição da resultante da carga solicitante, enquanto na Figura 2.31(b) é enfatizado que as distâncias ortogonais entre essa posição e o centro geométrico do perímetro crítico básico  $b_1$  são as excentricidades  $e_{u,x,1}$  e  $e_{u,y,1}$ .



a) Posição da resultante da carga solicitante      b) Excentricidades  $e_{u,x,1}$  e  $e_{u,y,1}$

Figura 2.31 – Determinação das excentricidades  $e_{u,x}$  e  $e_{u,y}$  (Santos, 2018)

$b_s$  é a faixa sobre o apoio na qual deve-se considerar a resistência à flexão pode ser vista na Figura 2.32, em que próximo das bordas da laje a largura é limitada a  $b_{sr}$ :

$$b_s = 1.5 \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{min} \quad (2.64)$$

onde  $r_{s,x}$  e  $r_{s,y}$  são calculados de acordo com o Nível I e  $L_{min}$  é o menor lado dos vãos.

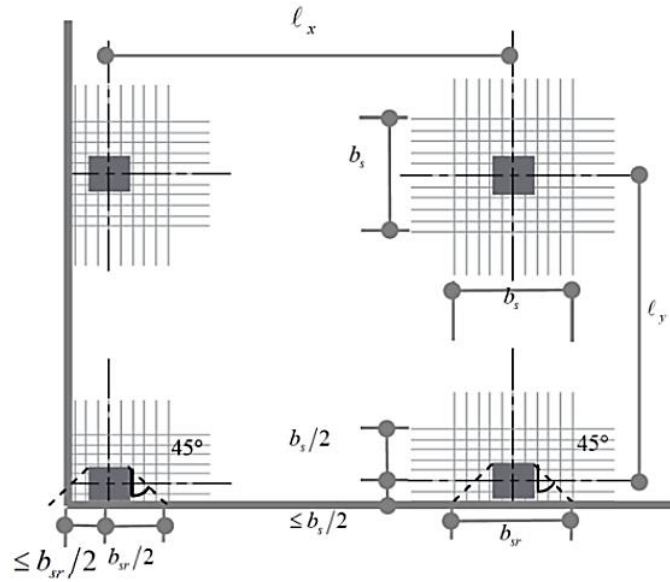


Figura 2.32 – Dimensões da faixa de suporte (fib MODEL CODE 2010)

O nível III é recomendado para lajes irregulares ou para lajes planas onde  $l_x/l_y$  não está entre 0.5 e 2.0. A rotação da laje em torno do pilar é determinada como:

$$\psi = 1.2 \frac{r_s f_{yd}}{d E_s} \left( \frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{1.5} \quad (2.65)$$

Onde  $r_s$  e  $m_{Ed}$  são calculados usando modelagem elástica linear.  $m_{Ed}$  é o valor médio do momento de dimensionamento da armadura de flexão na largura da região de apoio  $b_s$ .

O nível IV usa métodos analíticos ou numéricos para determinar a rotação da laje. Esses métodos devem considerar fissuras, efeitos de enrijecimento por tração, escoamento de armaduras e outros efeitos não lineares relevantes para a previsão da capacidade de punção.

### **3. METODOLOGIA**

#### **3.1. BANCO DE DADOS**

Com o objetivo de avaliar o desempenho das recomendações normativas, foram coletados os dados de resultados experimentais de lajes lisas sem armaduras de cisalhamento e com transferência de momentos desbalanceados. A revisão bibliográfica permitiu a coleta de 120 resultados experimentais de estudos realizados por Moe (1961), Hanson e Hanson (1968), Anis (1970), Stamenkovic e Chapman (1974), Regan (1981), Shehata (1988), Hawkins, Bao e Yamazaki (1989), Cordovil and Fusco (1995), Kamaraldin (1996), Marzouk, Emam and Hilal (1998), Kruger, Burdet and Favre (1999), Souza (2008), Ferreira (2010), Oliveira (2012), Oliveira (2013), Almeida et al. (2016), Drakatos et al. (2016), Gouda and El-Salakawy (2016), Brujić et al (2018) e Bursać et al (2021).

Foram aplicados critérios adicionais de filtragem, descartando para o presente banco de dados ensaios com ligações laje-pilar de canto, de borda e contendo furos adjacente, além de lajes que não forneciam informações suficientes para realização dos cálculos necessários para previsão da resistência à punção de acordo com as normas vigentes.

Ao longo dos anos, observou-se um notável progresso tecnológico nos trabalhos dos autores que contribuíram para o banco de dados, resultando em ensaios experimentais mais sofisticados. Como Almeida et al. (2016) e Drakatos et al. (2016), que buscaram analisar os efeitos de carregamentos sísmicos em ligações laje-pilar, contando com laboratórios equipados com instrumentação avançada para conduzir esses tipos de ensaios. Adicionalmente, houve a adoção de novos materiais compósitos na fabricação dos modelos ensaiados, exemplificado por Gouda and El-Salakawy (2016), que empregaram polímeros reforçados com fibra de vidro GFRP.

No entanto, é relevante ressaltar que, conforme mencionado anteriormente, apenas as lajes que atendiam aos critérios de filtragem estabelecidos foram selecionadas a partir dos estudos desses autores. Essas lajes escolhidas compõem essencialmente os modelos de referência e comparação, mantendo a consistência e a relevância das análises realizadas. As principais características dos espécimes ensaiados, estão relacionados na Tabela 4, e a Figura 3.1 apresenta a distribuição das principais características das lajes que compõe o banco de dados final.



Tabela 4 – Banco de dados.

<b>Autores</b>	<b>Lajes</b>	<b>A (mm)</b>	<b>B (mm)</b>	<b>d (mm)</b>	<b><math>\rho</math> (%)</b>	<b>c<sub>1</sub> (mm)</b>	<b>c<sub>2</sub> (mm)</b>	<b>f'<sub>c</sub> (MPa)</b>	<b>V<sub>e</sub> (kN)</b>	<b>M<sub>e</sub> (kN.mm)</b>
<b>Moe (1961)</b>	M1A	1829	1829	114	1.50	305	305	20.8	436.0	0
	M2A	1829	1829	114	1.50	305	305	15.5	214.0	39400
	(M4A) <sup>1</sup>	1829	1829	114	1.50	305	305	17.7	145.0	62400
	M2	1829	1829	114	1.50	305	305	25.7	294.0	57200
	M3	1829	1829	114	1.50	305	305	22.7	209.0	70000
	(M4) <sup>1</sup>	1829	1829	114	1.50	305	305	24.7	133.0	57500
	(M5) <sup>1</sup>	1829	1829	114	1.50	305	305	27.0	102.0	62100
	M6	1829	1829	114	1.34	254	254	26.5	241.0	40200
	M7	1829	1829	114	1.34	254	254	25.0	314.0	19000
	(M8) <sup>1</sup>	1829	1829	114	1.34	254	254	24.6	151.0	65300
	M9	1829	1829	114	1.34	254	254	23.2	269.0	33900
	M10	1829	1829	114	1.34	254	254	21.1	179.0	54800
<b>Hanson and Hanson (1968)</b>	A1	2134	1219	57	1.65	152	152	30.3	5.7	22300
	A2	2134	1219	57	1.65	152	152	31.3	4.8	24300
	B7	2134	1219	57	1.65	305	152	33.0	4.9	35700
	C8	2134	1219	57	1.65	152	305	32.8	5.6	31400
	A12	2134	1219	57	1.65	152	152	33.2	26.9	20500
	B16	2134	1219	57	1.65	305	152	30.4	34.4	27300
	C17	2134	1219	57	1.65	152	305	36.0	31.5	24700
<b>Anis (1970)</b>	B2	1524	1524	76	2.19	203	203	37.9	223.0	0
	B3	1524	1524	76	2.19	203	203	30.5	191.0	18000
	B4	1524	1524	76	2.19	203	203	29.8	140.0	26300
	B5	1524	1524	76	2.19	203	203	29.0	125.0	39000
	B6	1524	1524	76	2.19	203	203	31.3	116.0	74400
	B7	1524	1524	76	2.19	203	203	33.8	70.0	65800
<b>Stamenkovic and Chapman (1974)</b>	V/I/2	914.4	914.4	56	1.17	127	127	25.9	117.4	0
	C/I/1	914.4	914.4	56	1.17	127	127	36.0	84.5	7300
	C/I/2	914.4	914.4	56	1.17	127	127	29.7	62.3	10500
	C/I/3	914.4	914.4	56	1.17	127	127	25.5	33.8	13600
	C/I/4	914.4	914.4	56	1.17	127	127	25.1	20.9	16700
	V/Ir/1	914.4	914.4	56	1.17	127	127	25.2	108.6	0
	C/Ir/1	914.4	914.4	56	1.17	152	76	22.6	85.7	7300
	C/Ir/2	914.4	914.4	56	1.17	152	76	29.2	67.3	10900
	C/Ir/3	914.4	914.4	56	1.17	152	76	28.6	39.9	15700
	C/Ir/4	914.4	914.4	56	1.17	152	76	26.6	21.7	16800

Tabela 4 – Banco de dados (continuação).

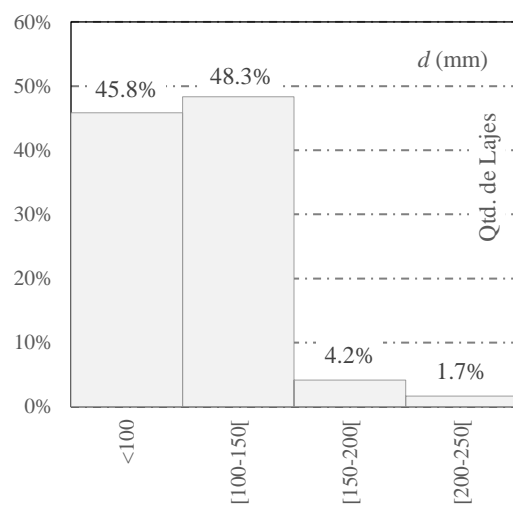
<b>Autores</b>	<b>Lajes</b>	<b>A (mm)</b>	<b>B (mm)</b>	<b>d (mm)</b>	<b><math>\rho</math> (%)</b>	<b>c<sub>1</sub> (mm)</b>	<b>c<sub>2</sub> (mm)</b>	<b>f<sub>c</sub> (MPa)</b>	<b>V<sub>e</sub> (kN)</b>	<b>M<sub>e</sub> (kN.mm)</b>
<b>Regan (1981)</b>	SI/1	2000	2000	101	0.66	300	200	45.9	187.0	36500
	SM1	2000	2000	60	1.05	240	240	24.2	122.0	0
	SM3	2000	2000	60	1.05	240	240	33.3	95.0	20900
	SM4	2000	2000	60	1.05	240	120	26.3	101.0	0
	SM5	2000	2000	60	1.05	240	120	32.0	72.0	15800
	SM6	2000	2000	60	1.05	240	120	28.6	105.0	0
	SM7	2000	2000	60	1.05	120	120	28.6	105.0	0
	SM8	2000	2000	60	1.05	120	120	25.9	49.0	10800
	SM9	2000	2000	60	1.05	240	120	37.7	97.0	10700
	SM10	2000	2000	60	1.05	240	120	37.7	88.0	19400
	SM11	2000	2000	60	1.16	240	240	36.9	91.0	20000
	SM12	2000	2000	60	1.16	240	240	31.9	88.0	19400
<b>Shehata (1988)</b>	1	3000	3000	95	1.37	150	150	28.2	265.0	0
	2	3000	3000	95	1.37	150	150	29.5	270.0	0
	3	3000	3000	95	1.37	150	150	22.0	233.0	11730
	4	3000	3000	95	1.37	150	150	26.7	210.0	14760
	5	3000	3000	95	1.37	150	150	25.3	200.0	19950
	6	3000	3000	95	1.37	150	150	24.8	140.0	23280
<b>Hawkins, Bao and Yamazaki (1989)</b>	A1	2100	2100	121	0.60	305	305	31.3	169.0	90400
	A2	2100	2100	117	0.96	305	305	30.7	187.0	97700
	A3	2100	2100	114	1.40	305	305	30.3	205.0	100200
	A4	2100	2100	121	0.60	305	305	22.7	244.0	32700
	A5	2100	2100	117	0.96	305	305	28.9	257.0	34600
	A6	2100	2100	114	1.40	305	305	27.0	319.0	43400
	B1	2100	2100	83	0.73	305	305	22.2	80.0	39000
	B2	2100	2100	83	0.95	305	305	19.8	94.0	45400
	B3	2100	2100	79	1.42	305	305	29.5	102.0	51000
	B4	2100	2100	83	0.73	305	305	18.1	130.0	12800
	B5	2100	2100	83	0.95	305	305	20.0	142.0	16600
	B6	2100	2100	79	1.42	305	305	20.5	162.0	20900
	C1	2100	2100	121	0.60	305	305	52.4	186.0	95100
	C2	2100	2100	117	0.96	305	305	57.2	218.0	113100
	C3	2100	2100	114	1.40	305	305	54.7	252.0	133300
	C4	2100	2100	121	0.60	305	305	49.5	273.0	36800
	C5	2100	2100	114	1.40	305	305	47.7	362.0	49400
	F1	2100	2100	114	1.02	305	305	25.9	153.0	74000
	F2	2100	2100	114	1.02	305	305	33.8	183.0	89900
	F3	2100	2100	114	1.38	305	305	31.2	206.0	102500
	F4	2100	2100	121	0.59	305	305	25.9	227.0	27100

Tabela 4 – Banco de dados (continuação).

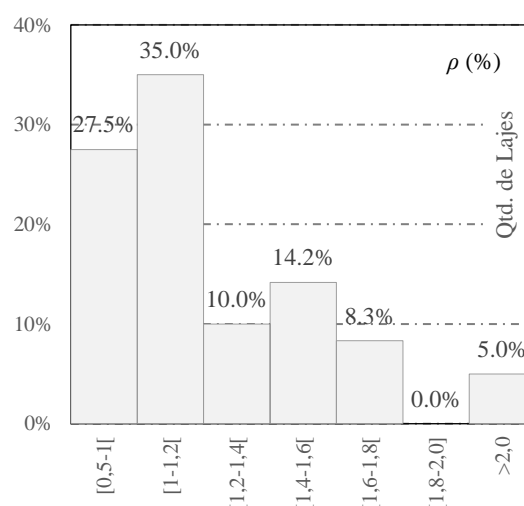
<b>Autores</b>	<b>Lajes</b>	<b>A (mm)</b>	<b>B (mm)</b>	<b>d (mm)</b>	<b><math>\rho</math> (%)</b>	<b>c<sub>1</sub> (mm)</b>	<b>c<sub>2</sub> (mm)</b>	<b>f<sub>c</sub> (MPa)</b>	<b>V<sub>e</sub> (kN)</b>	<b>M<sub>e</sub> (kN.mm)</b>
<b>Hawkins, Bao and Yamazaki (cont.) (1989)</b>	F5	2100	2100	114	1.02	305	305	18.1	240.0	26900
	F6	2100	2100	114	1.02	305	305	26.5	290.0	35000
<b>Cordovil and Fusco (1995)</b>	12	1540	1540	104	0.72	250	150	30.8	166.0	32200
	13	1540	1540	104	0.72	250	150	30.1	101.0	40400
	15	1540	1540	104	0.72	250	150	29.9	258.0	0
<b>Kamaraldin (1990)</b>	SA1	2000	2000	64	0.79	150	150	33.0	109.0	5700
	SA2	2000	2000	64	0.79	150	150	34.0	141.0	0
	SA3	2000	2000	64	0.79	150	150	36.0	85.0	8500
	SA4	2000	2000	64	0.79	150	150	32.0	49.0	16500
	SB1	2000	2000	62	1.45	150	150	27.0	61.0	22000
	SB2	2000	2000	62	1.45	150	150	28.0	61.0	22000
	SC1	2000	2000	62	1.04	150	150	36.0	129.0	0
	SC2	3000	2000	62	1.04	150	150	37.0	65.0	21900
<b>Marzouk, Emam and Hilal (1996)</b>	3	1900	1900	116	0.50	250	250	43.2	266.2	44410
	4	1900	1900	116	1.00	250	250	42.7	408.2	52720
	5	1900	1900	116	1.00	250	250	36.2	163.6	117530
	6	1900	1900	116	0.50	250	250	34.0	164.3	97770
	7	1900	1900	116	1.00	250	250	35.3	250.3	116130
<b>Marzouk, Emam and Hilal (1998)</b>	4	1900	1900	116	0.50	250	250	74.0	200.2	118000
	5	1900	1900	116	1.00	250	250	73.8	262.4	132580
<b>Kruger, Burdet and Favre (1999)</b>	P16A	3000	3000	121	1.06	300	300	34.6	423.0	0
	P16A	3000	3000	121	1.06	300	300	38.6	332.0	53100
	P30A	3000	3000	121	1.06	300	300	30.4	270.0	86400
<b>Souza (2008)</b>	L1	2400	2400	121	0.93	500	200	37.8	475.0	0
	L14	2400	2400	121	0.93	500	200	42.4	274.0	125900
	L15	2400	2400	123	0.91	500	200	43.2	364.0	66500
<b>Ferreira (2010)</b>	LS06	2500	2500	144	1.47	300	300	50.0	528.3	140700
<b>Oliveira (2012)</b>	L2	2400	2400	122	1.19	500	200	44.1	266.0	116800
<b>Oliveira (2013)</b>	LS01	2500	2500	143	1.58	400	200	54.0	425.1	113820
	LW01	2500	2500	141	1.62	200	400	50.0	445.8	124110
<b>Almeida, Inácio, Válter e Ramos (2016)</b>	E-50	4150	1850	118	0.96	250	250	55.1	212.7	91600

Tabela 4 – Banco de dados (continuação).

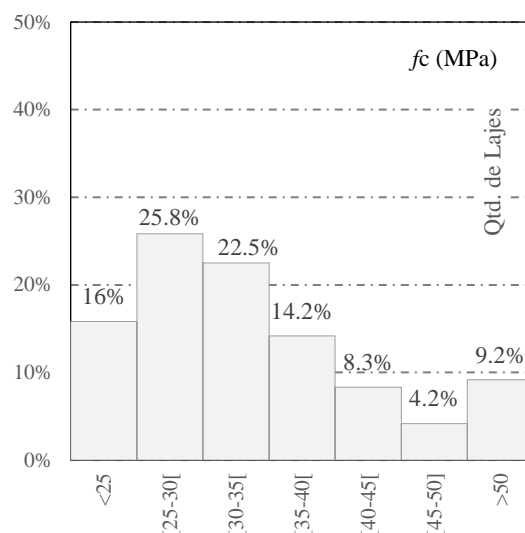
Autores	Lajes	A (mm)	B (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	c <sub>1</sub> (mm)	c <sub>2</sub> (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	V <sub>e</sub> (kN)	M <sub>e</sub> (kN.mm)
<b>Drakatos, Muttoni e Beyer (2016)</b>	PD1	3000	3000	204	0.79	390	390	37.9	253.0	503000
	PD4	3000	3000	201	0.80	390	390	39.0	376.0	177000
	PD5	3000	3000	198	0.81	390	390	37.5	517.0	458000
	PD3	3000	3000	198	0.81	390	390	34.9	734.0	435000
	PD10	3000	3000	195	1.61	390	390	35.5	517.0	285000
	PD12	3000	3000	197	1.60	390	390	32.3	734.0	461000
<b>Gouda and El- Salakawy (2016)</b>	SN- 0.65	2800	2800	160	0.65	300	300	42	486.0	72900
<b>Brujić et al (2018)</b>	S1	-	1800	146	1.06	250	250	43.6	524.53	11802
	S2	-	1800	146	1.06	250	250	43.9	506.03	30362
	S3	-	1800	146	1.06	250	250	43.9	389.6	57661
	S4	-	1800	146	1.06	250	250	75.9	675.74	50681
	S5	-	1800	146	1.06	250	250	76.2	579.19	86879
	S6	-	1800	146	1.06	250	250	84.7	648.83	49960
	S7	-	1800	146	1.06	250	250	104.9	713.51	96324
<b>Bursać et al (2021)</b>	S2	-	1800	95	0.92	150	150	41.39	187.3	27231



a) Altura útil



b) Taxa de armadura de flexão



c) Resistencia à compressão do concreto

Figura 3.1 – Distribuição das características dos espécimes que compõe o banco de dados

### 3.2. CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO

Para avaliar o desempenho das recomendações normativas, será realizado análises gráficas da distribuição de  $V_u/V_{R,teo}$ , que ilustram a tendência da média dos resultados em comparação com linhas que representam resultados ideais, isto é, quando  $V_u$  é igual a  $V_{R,teo}$ . Adicionalmente, será analisado parametros estatístico como o coeficiente de determinação e o coeficiente de variação.

O coeficiente de determinação, frequentemente denominado como  $R^2$ , possibilita a compreensão do quanto a variabilidade dos resultados obtidos experimentalmente ( $V_u$ ) é explicada pelas previsões normativas ( $V_{R,teo}$ ). Em outras palavras, o  $R^2$  permite verificar em que medida as estimativas das normas se aproximam dos resultados reais dos ensaios. Um valor maior de  $R^2$  indicará que o modelo normativo é mais eficaz em explicar a variabilidade das previsões com base nos valores reais. O valor máximo possível para  $R^2$  é 1, o que significaria que o modelo normativo explica completamente a variação dos resultados reais.

Além disso, também é calculado o coeficiente de variação (C.V.), que é uma medida que quantifica a variabilidade dos resultados reais ( $V_u$ ) em relação às previsões normativas ( $V_{R,teo}$ ). Um C.V. maior que 0 indicará uma maior dispersão das previsões

normativas em relação aos ensaios experimentais, evidenciando a magnitude da diferença entre as previsões normativas e os resultados reais dos ensaios, em uma escala de 0 a 100%.

A Tabela 5 apresenta os critérios de avaliação dos valores médios da relação  $V_u/V_{R,teo}$ , buscando estabelecer níveis de rendimento dos resultados das normas, conforme representado por Oliveira (2013) em seus estudos. Observando que o limite inferior de segurança apresentado na Tabela 5 propõe uma margem de resultados contra à segurança de até 5%, e um intervalo entre 1,15 e 1,30 como satisfatório.

Tabela 5 – Critérios de avaliação  $V_u/V_{R,teo}$ .

<b>Critério de Avaliação</b>	<b>Classificação</b>
$V_u/V_{R,teo} < 0,95$	Inseguro
$0,95 \leq V_u/V_{R,teo} \leq 1,15$	Preciso
$1,15 < V_u/V_{R,teo} \leq 1,30$	Satisfatório
$V_u/V_{R,teo} > 1,30$	Conservador

Vale ressaltar que as formulações para determinar a resistência à punção, de acordo com diferentes códigos normativos, serão apresentadas sem a aplicação de coeficientes de majoração ou minoração.

## 4. RESULTADOS

Os resultados apresentados a seguir, servem para uma avaliação crítica e qualitativa das prescrições normativas comparando parâmetros estatísticos como média dos resultados, desvio padrão, coeficiente de determinação e o coeficiente de variação.

### 4.1. COMPARAÇÃO COM AS PREVISÕES NORMATIVAS

A Figura 4.1 ilustra a avaliação do desempenho dos modelos normativos por meio da relação entre a carga de ruptura experimental e a carga de ruptura teórica ( $V_u/V_{R,teo}$ ).

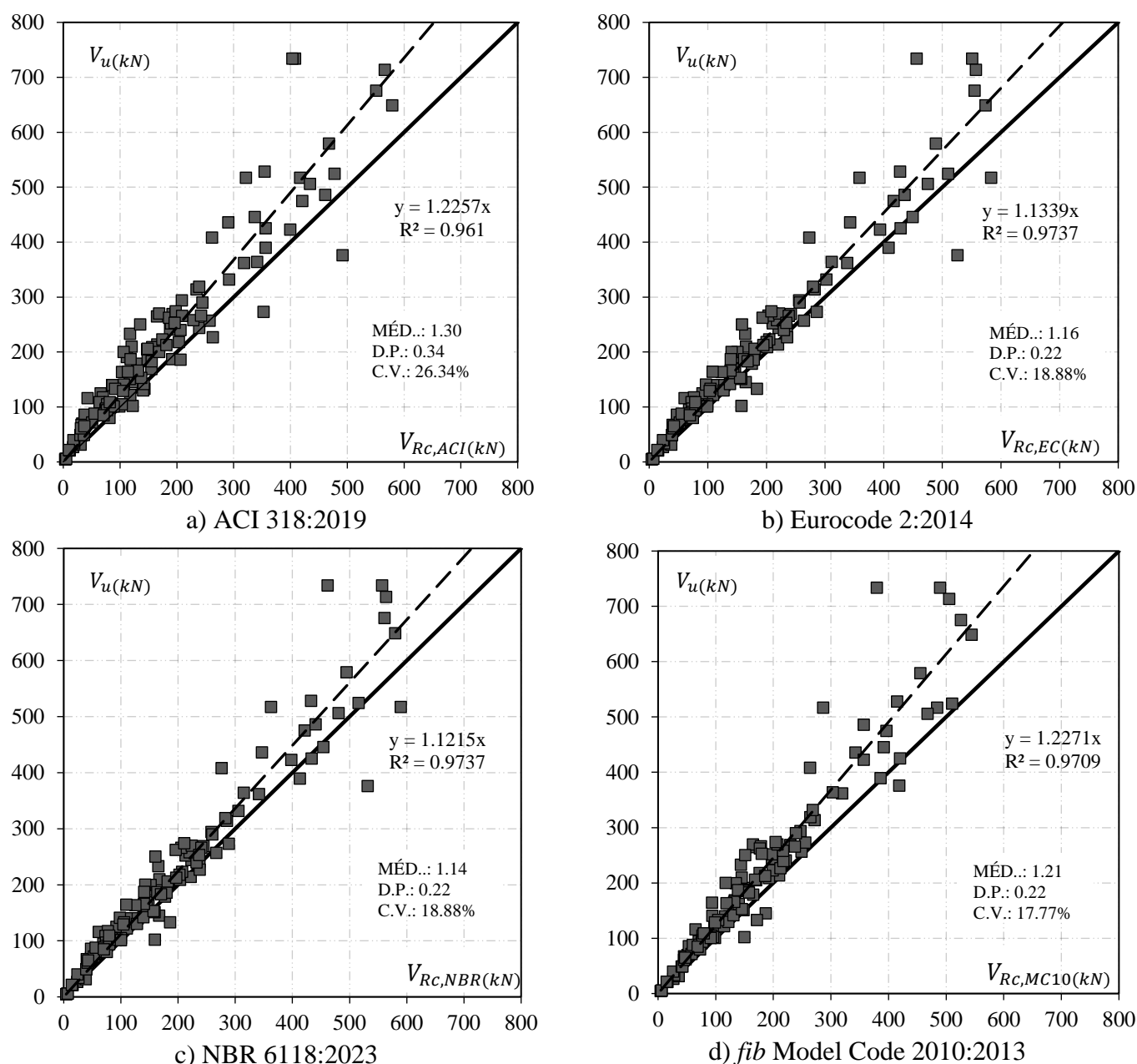


Figura 4.1 – Análise da previsão dos modelos normativos para ruptura de lajes à punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ).

Verifica-se que a norma brasileira NBR 6118:2023 e a europeia Eurocode 2:2014 obtiveram resultados precisos, com médias de 1,14 e 1,16, respectivamente. Ambas apresentaram um coeficiente de variação (C.V.) de 18,88% e um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,9732. É importante destacar que a atualização mais recente da norma brasileira, lançada em 2023 e que substitui a versão anterior de 2014, introduziu a limitação do “size effect” ( $\xi$ ) em 2 e a taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) em 0,02, tornando-se similar ao Eurocode, que já possuíam essas limitações. Havendo uma diferença em suas formulações, conforme demonstrado pelas Equações 2.30 e 2.51.

A Figura 4.2 revela os resultados obtidos para a norma brasileira em sua versão anterior, evidenciando o quanto a norma se torna conservadora nas previsões de carga de ruptura para as lajes do banco de dados, considerando as restrições implementadas na atualização para o “size effect” e a taxa de armadura.

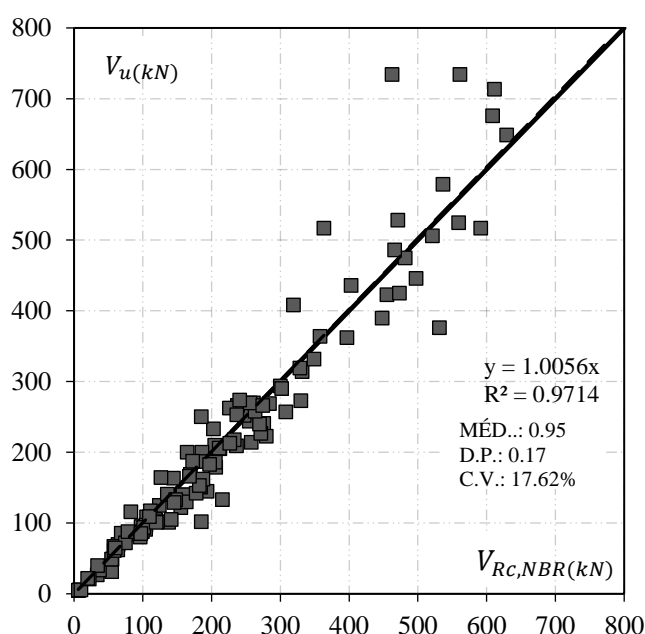


Figura 4.2 – Análise da previsão para ruptura de lajes à punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) NBR 6118:2014.

O ACI 318:2019 e o *fib* Model Code 2010:2013 apresentaram resultados satisfatórios, com médias de 1.30 e 1.21 respectivamente. A norma americana obteve maiores valores para a relação  $V_u/V_{R,teo}$  entre as demais normas, apresentando ainda um coeficiente de variação (C.V.) de 26,34% e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,961. A partir da atualização de 2019, o ACI 318 adicionou os coeficientes  $\lambda$  e  $\lambda_s$ , que levam em consideração, respectivamente, a densidade dos agregados do concreto e o "efeito escala". Esse último está relacionado à redução da resistência devido à espessura da laje, sendo limitado a 1.0 pela



norma. No entanto, devido às características das lajes analisadas, o valor desses coeficientes foi igual a 1, o que significa que não influenciaram nos resultados. Conclui-se que as modificações realizadas contribuem para resultados mais conservadores no cálculo da resistência, além da norma subestimar a resistência do concreto devido a diferenças na determinação do perímetro de controle e a não consideração da taxa de armadura de flexão.

O fib Model Code 2010:2013 apresentou o menor coeficiente de variação (C.V.) entre as normas analisadas, com um valor de 17,77%, e um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,9709. Esta norma leva em consideração o efeito das rotações das lajes, diferenciando-se dos demais códigos normativos analisados. É importante destacar que a norma propõe diferentes níveis de aproximação para a obtenção da rotação da laje  $\psi$ . O cálculo é realizado de forma iterativa, o que pode influenciar os resultados.

Para as lajes de Drakatos et al., observa-se que os resultados estão mais distantes da linha ideal nos gráficos que apresentam um perímetro crítico ( $u_l$ ) elevado das lajes. Presume-se que as configurações experimentais dos ensaios realizados nos espécimes possam resultar em cargas de ruptura imprecisas, de acordo com suas características. Isso pode levar às previsões teóricas das normas a apresentarem valores distantes dos obtidos em ensaios.

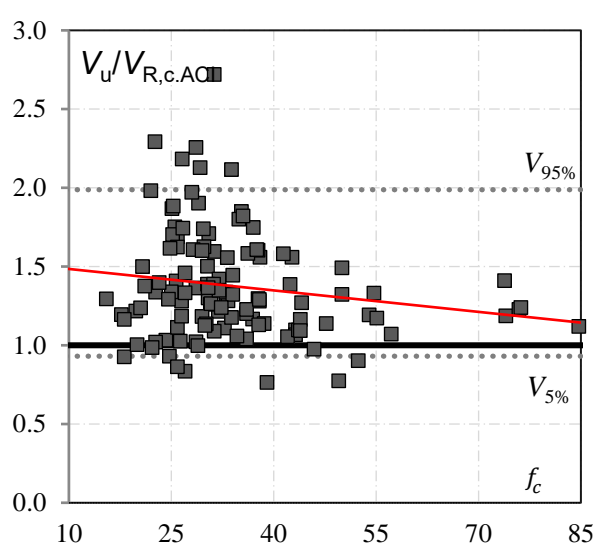
Em geral, os resultados previstos pelas normas analisadas apresentaram-se dispersos, com coeficientes de variação próximos a 20% em relação à média. Isso sugere que os dados estão mais dispersos e menos concentrados em torno da linha de tendência à medida que as cargas de ruptura aumentam. Esse fenômeno pode ser explicado pela influência da limitação de certos parâmetros, como o efeito do tamanho (size effect) e a taxa de armadura à flexão.

Além disso, é importante notar que a NBR, o Eurocode e o ACI baseiam-se em modelos empíricos, que podem não ser capazes de prever com precisão os resultados em todas as situações. Esses modelos são particularmente sensíveis às condições sob as quais foram desenvolvidos e podem não se generalizar bem para condições diferentes. Por outro lado, o Model Code se baseia em um modelo mecânico, resultando em uma menor dispersão de resultados, conforme indicado pelo coeficiente de variação.

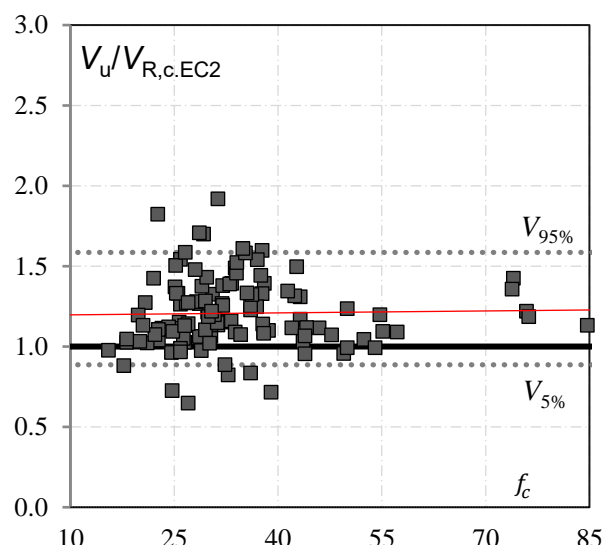
A partir da atualização de 2023, a norma brasileira e a europeia obtiveram o melhor coeficiente de determinação ( $R^2$ ) 0,9732, indicando que estes modelos normativos são mais eficazes em explicar a variabilidade das previsões com base nos valores reais. Em seguida se teve 0,9732 para o Eurocode, 0,961 para o ACI e 0,9709 para o Model Code 2010.

## 4.2. INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NOS MODELOS ENSAIADOS E NAS PREVISÕES NORMATIVAS

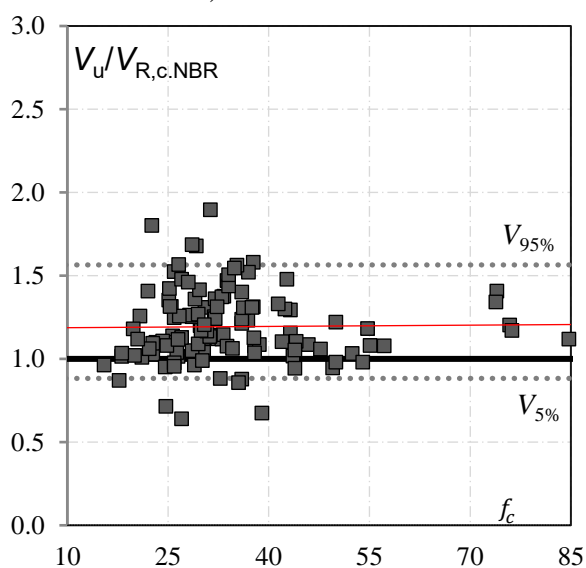
As Figuras 4.3 a 4.7 ilustram uma avaliação das previsões das recomendações em relação à resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) por parâmetros específicos. Sendo feita uma comparação entre a relação analisada e uma linha contínua que representa a tendência ideal dos resultados, acompanhada de linhas pontilhadas que indicam a análise de percentis (5%-quantil e 95%-quantil) obtidos por meio de uma distribuição normal dos resultados. Para garantir níveis satisfatórios de segurança, de acordo com os parâmetros estabelecidos no Eurocódigo 2, é necessário que os valores do 5%-quantil sejam maiores ou iguais a 1. A linha de tendência é representada pela linha vermelha contínua. Adicionalmente, a dispersão dos resultados pode ser avaliada qualitativamente pela distância entre as linhas que representam os quantis.



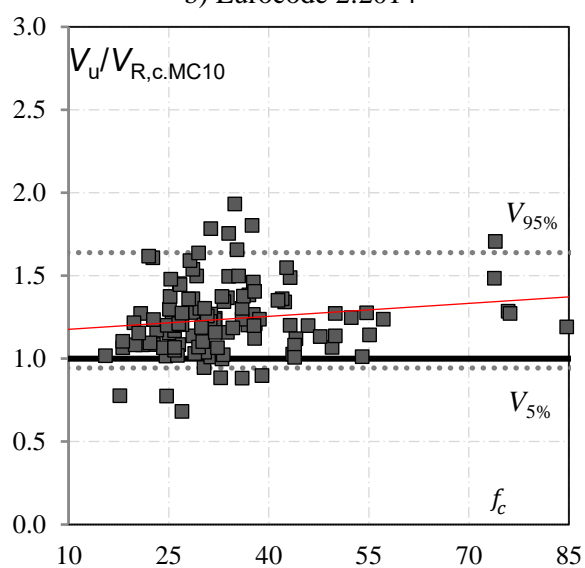
a) ACI 318:2019



b) Eurocode 2:2014



c) NBR 6118:2023



d) fib Model Code 2010:2013

Figura 4.3 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela raiz quadrada da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ).

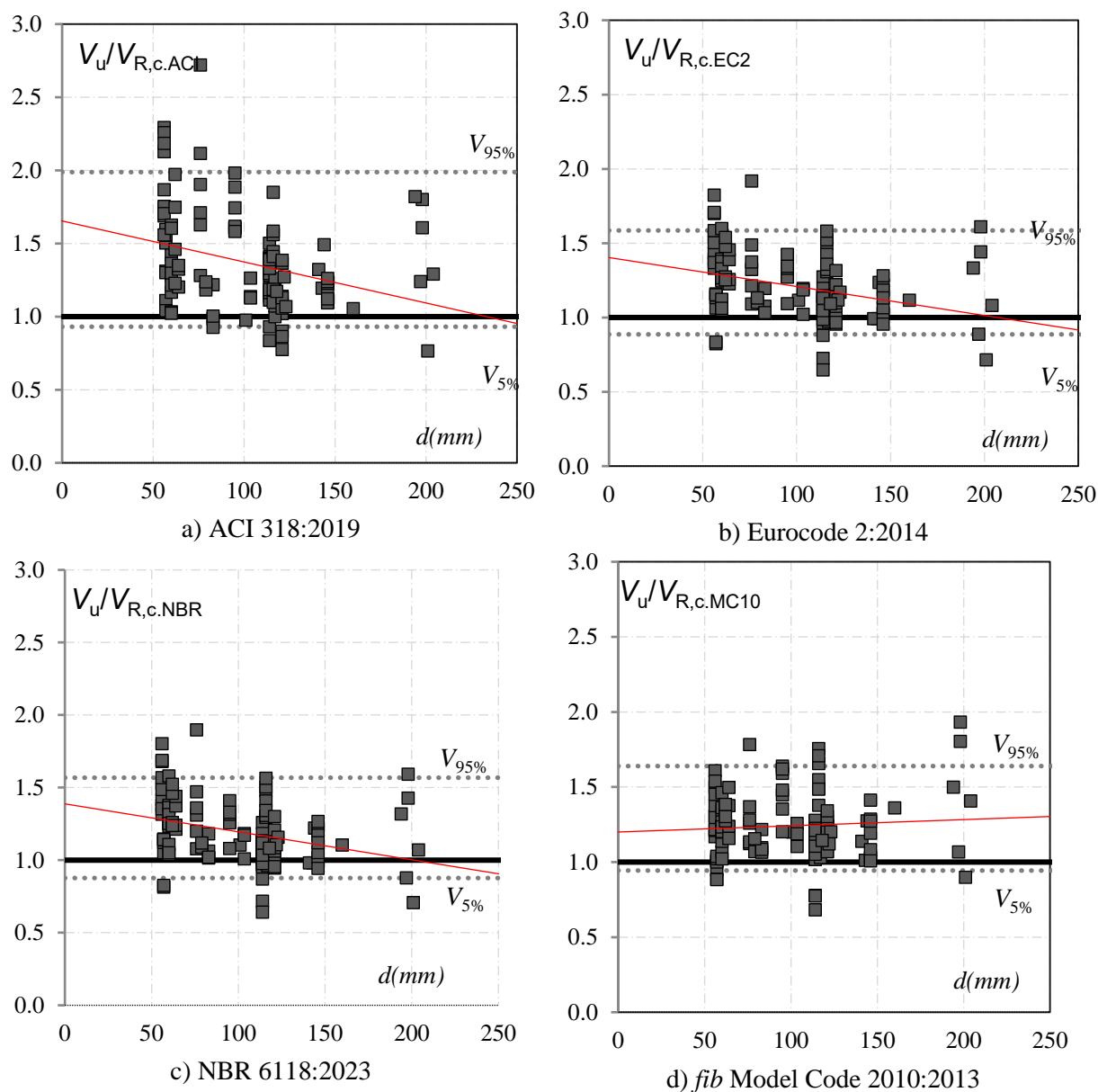


Figura 4.4 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela altura útil da laje ( $d$ ).

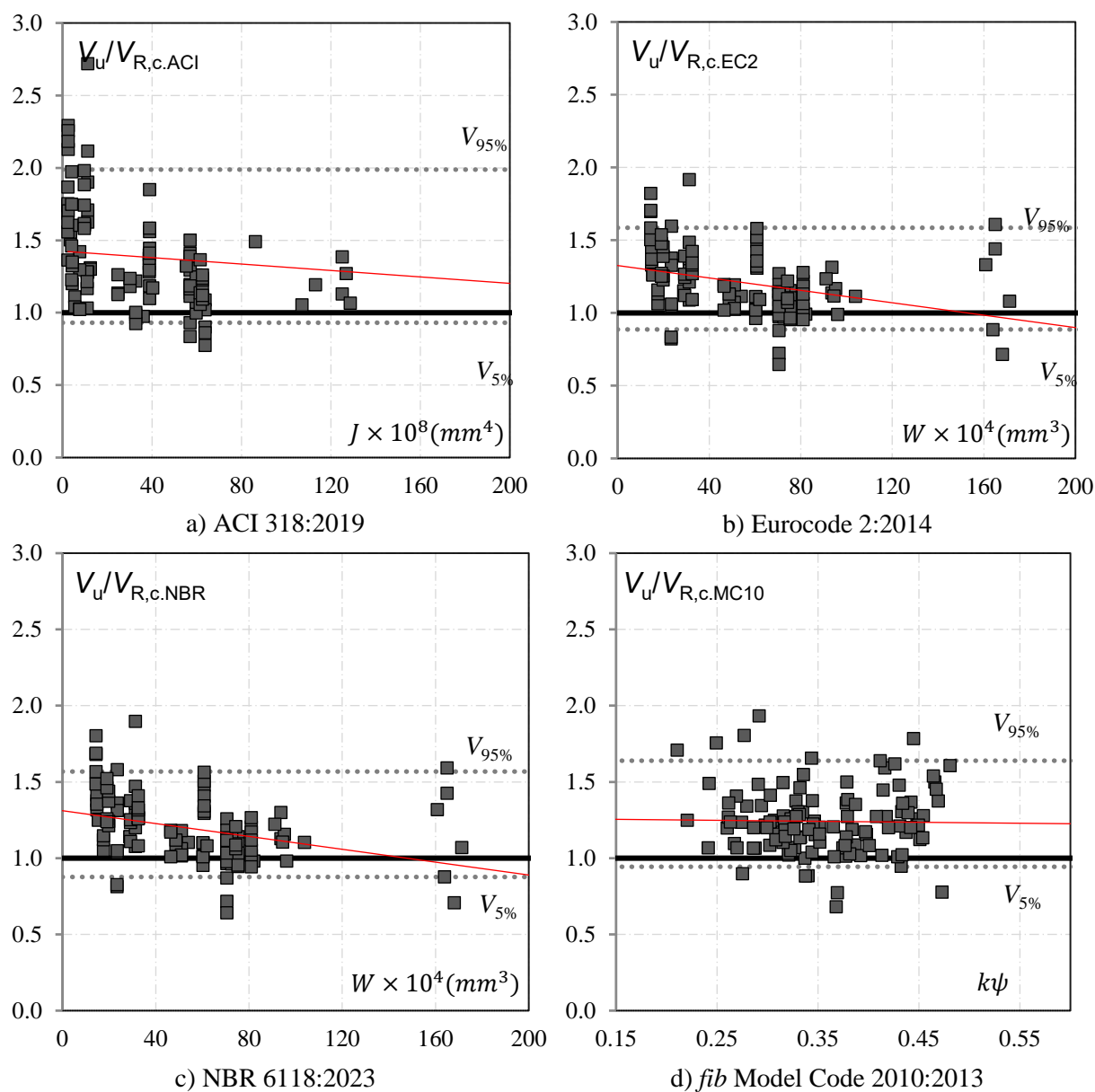


Figura 4.5 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pelas propriedades geométricas das lajes:  $J \text{ mm}^4$  (ACI 318),  $W \text{ mm}^4$  (Eurocode 2 e NBR 6118) e  $k\psi$  (Model Code2010)

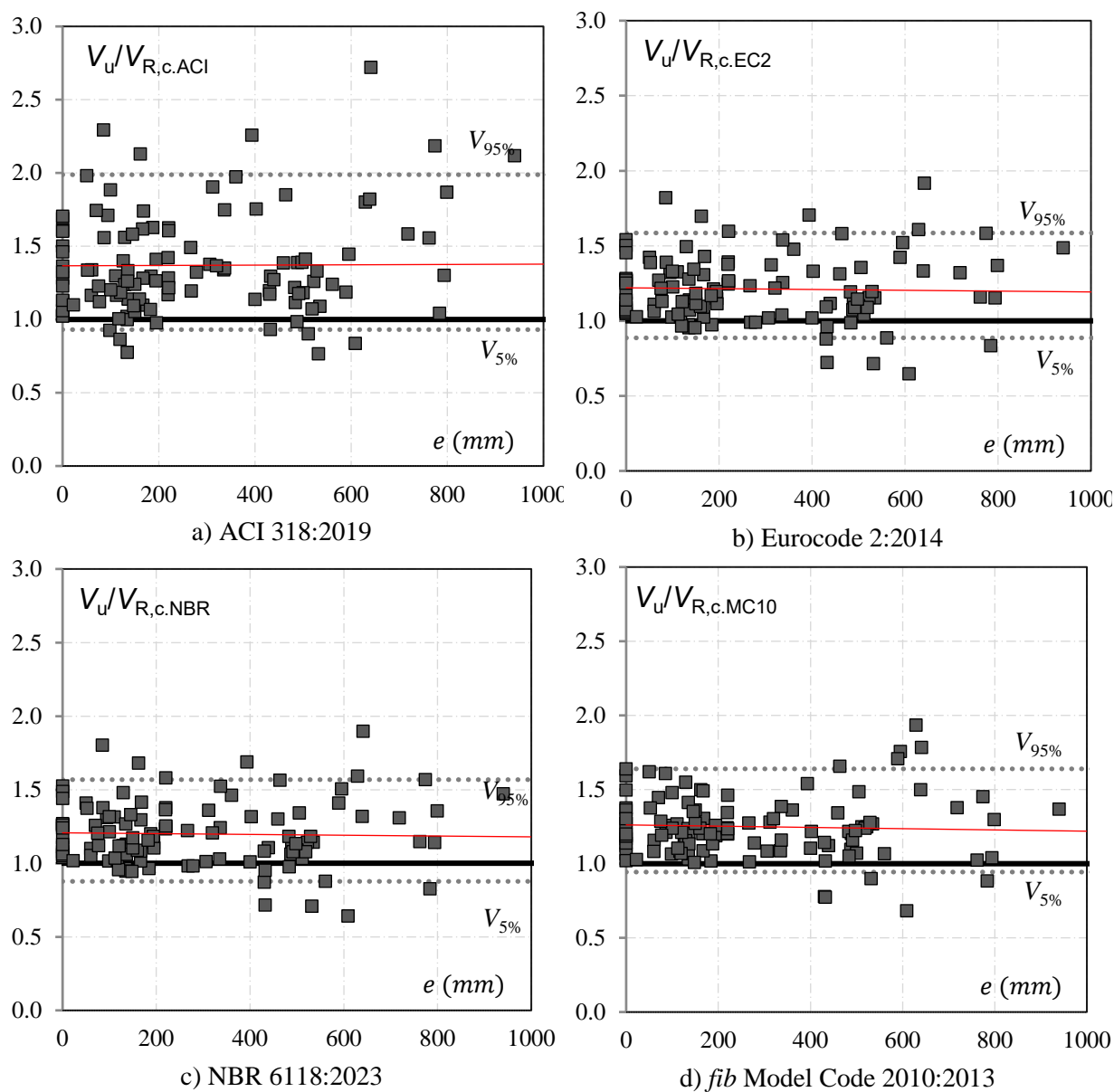


Figura 4.6 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela excentricidade ( $e$ ).

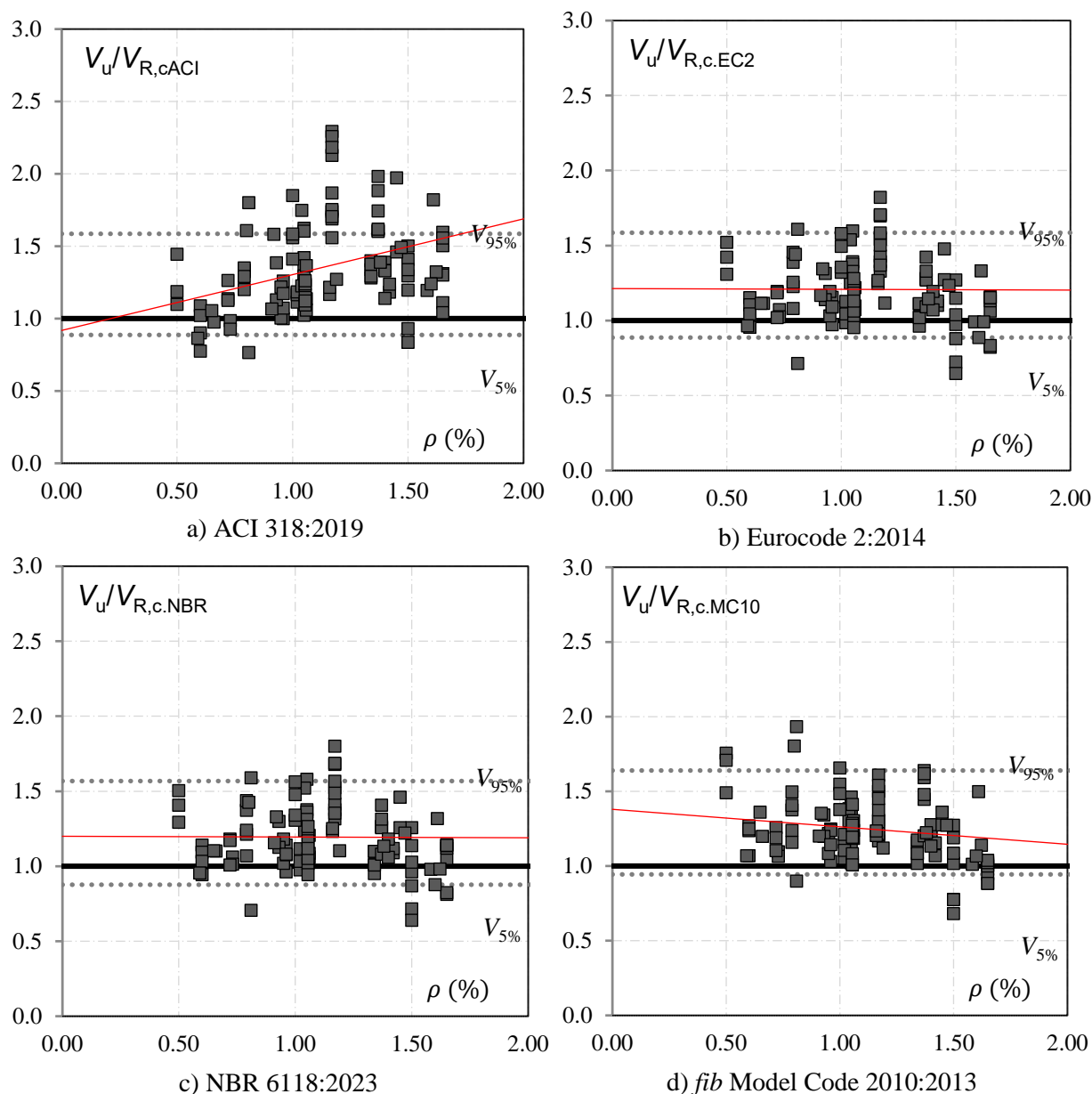


Figura 4.7 – Influência da resistência a punção ( $V_u/V_{R,teo}$ ) pela taxa da armadura de flexão ( $\rho$ ).

A partir das Figuras 4.3 a 4.7 pode-se verificar de acordo com os critérios do Eurocode 2, que nenhuma norma alcançou níveis satisfatórios de segurança para o conjunto de dados analisado, uma vez que todas apresentaram 5%-quantil abaixo de 1,00, com o Model Code 2010:2013 apresentando maior aproximação, de 0,94 para 5%-quantil. Constatando-se ainda que a norma americana demonstrou a maior dispersão nos resultados, evidenciada pela distância entre as retas dos quantis.

Conforme observado na Figura 4.3, as normas tentem a subestimar a influência da resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ). O ACI 318:19 obteve resultados mais conservadores para

valores menores de  $f_c$ , se aproximando mais da resistência a punção para valores maiores de  $f_c$ , em contrapartida no Model Code 2010:2013 percebeu-se um sutil aumento do conservadorismo conforme se aumentou o  $f_c$ . Já o Eurocode 2:2014 e a NBR 6118:2023 em relação as demais normas apresentaram desempenho superiores, tentando se manter constante a relação  $V_u/V_{R,teo}$ .

Pode-se ver que o ACI 318:19 apresentou a maior dispersão dos resultados observado pela distância entre as retas dos quantis, em seguida o Model Code 2010:2013, ao considerar a influência da profundidade efetiva ( $d$ ) nas relações entre resultado experimental e o previsto pela norma (Figura 4.4), apresentou uma tendência sutil a previsões mais conservadoras para valores maiores de  $d$ . Observando que o Model Code 2010:2013 não considera o size effect para previsão da resistência a punção, onde o parâmetro  $d$  influencia apenas o tamanho e a localização do perímetro de punção. Verifica-se que o ACI, a NBR e o EC2 tendem a resultados contra a segurança para  $d$  maiores que 200mm, conforme a), b) e c) da Figura 4.3.

Analizando a influência das propriedades geométricas das lajes, vale ressaltar que o modelo presente no ACI 318:2019 se distingue dos demais principalmente devido à sua consideração de uma distribuição linear para as tensões solicitantes originadas pelos momentos fletores, desse modo a figura 4.4a mostra que o parâmetro  $J$  do ACI apresentou maior dispersão considerando a distância entre as linha dos percentis em comparação ao  $W$  do Eurocode 2:2014 e da NBR 6118:2023 (Figuras 4.5b e 4.5c), que reproduzem uma situação de plastificação da seção crítica ao considerar distribuições uniformes.

As características geométricas das lajes do banco de dados apresentaram baixa variabilidade, se tendo vários ensaios com as mesmas dimensões dos pilares e altura da laje (Figura 3.1a), com esses elementos diretamente relacionados aos parâmetros  $J$  e  $W$ , observou-se que o ACI tende a melhores estimativas à medida que  $J$  aumenta, enquanto a NBR e o EC2 tendem a resultados menos seguros para valores maiores que  $160 \times 10^4 \text{ mm}^4$ . É possível observar que utilizando o módulo de resistência plástica do perímetro crítico  $W$ , da norma brasileira e europeia, em comparação à propriedade geométrica da seção crítica  $J$ , se obteve melhores estimativas para a resistência a punção.

O parâmetro  $k_\psi$  do Model Code 2010 (Figuras 4.5d) que leva em consideração a rotação da laje, demonstrou uma tendência linear constante a medida que  $k_\psi$  aumenta, vale

destacar que esta norma limita  $k_{\psi}$  a 0,6. Através das configurações das lajes ensaiadas, todas se mantiveram dentro deste limite.

A Figura 4.6 mostra que os valores de  $V_u/V_{R,teo}$  das normas tendem a permanecer constantes, mesmo com o aumento no valor absoluto da excentricidade, concluindo que ela influencia diretamente as previsões normativas, resultando em valores mais próximos do valor real de ruptura. O ACI apresenta, mais uma vez, uma dispersão maior em relação às demais normas. Observa-se uma alta variabilidade dos valores para a excentricidade ( $e$ ) das lajes, com os espécimes testados por Hanson & Hanson (1968) apresentando excentricidades superiores a 1000mm.

Conforme ilustrado na Figura 4.7, para o ACI 318:19, a taxa da armadura de flexão ( $\rho$ ) influencia nos resultados, tornando-os mais conservadores à medida que seu valor aumenta. Para taxas de armadura inferiores a 0,25%, observa-se uma tendência a previsões contrárias à segurança. É importante ressaltar que este parâmetro não está diretamente relacionado em suas formulações. Para o Eurocode 2:2014 e a NBR 6118:2023, notou-se uma tendência a se manter constante, destacando que estas normas limitam este parâmetro a 0,02. Por outro lado, o Model Code 2010:2013 apresentou uma melhor aproximação da previsão normativa conforme o aumento de  $\rho$ , resultando em previsões inseguras para taxas de armadura de flexão superiores a 2,5%. Também foi verificada uma maior distância entre as retas dos quantis.

Na figura 4.8, foi relacionado as tensões associadas ao momento fletor ( $v_m$ ) e ao esforço cortante nas lajes ( $v_u$ ), ambos divididos pela tensão teórica, sendo determinada com base nas formulações normativas ( $v_{R,c}$ ). Dessa forma, é possível verificar a influência dessas tensões de acordo com as previsões normativas para cada laje. A linha contínua preta representa a situação ideal. Portanto, os resultados acima são considerados conservadores, enquanto os resultados abaixo são considerados inseguros.



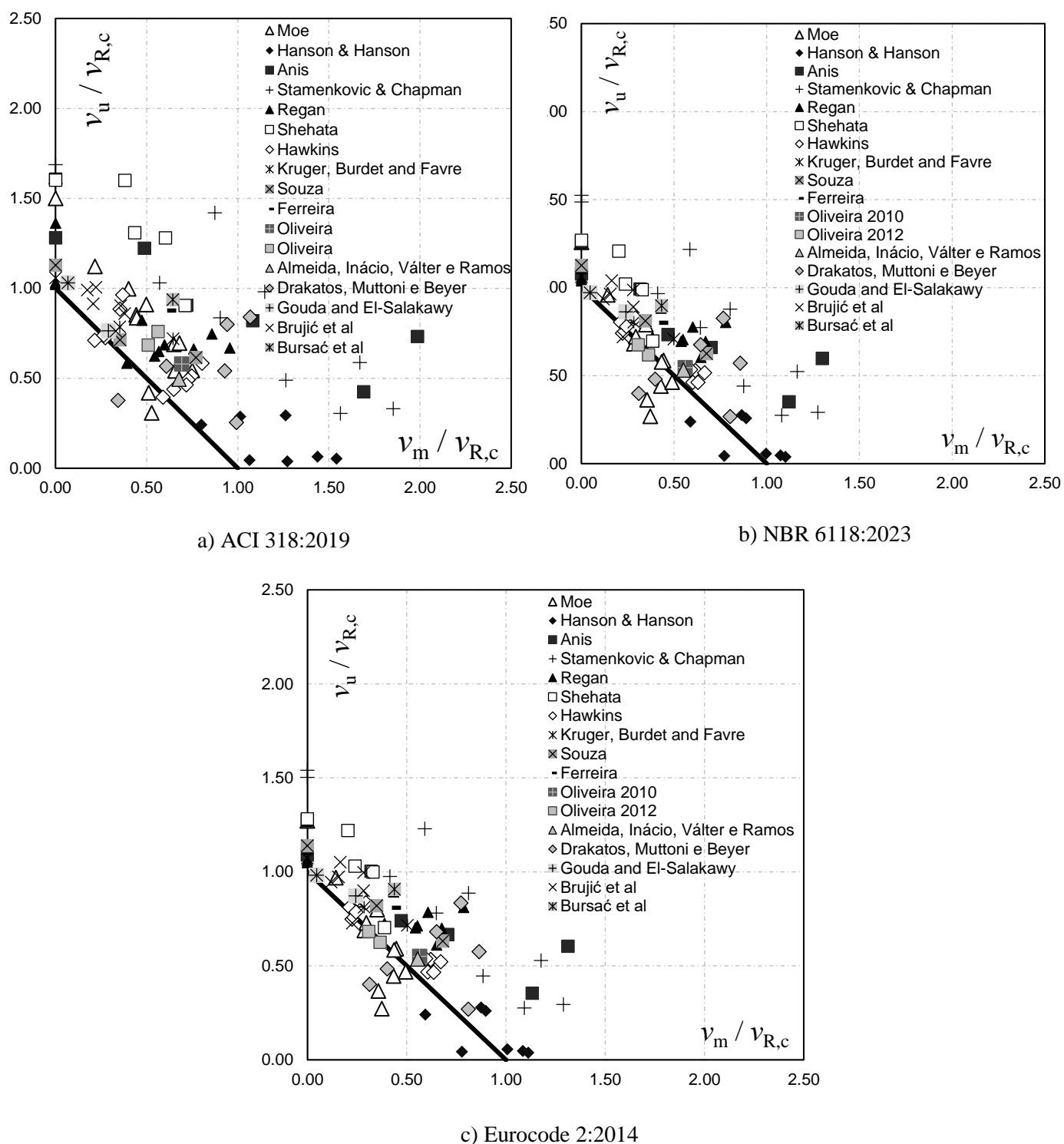


Figura 4.8 – Análise das tensões cisalhantes e de momento fletor.

A partir da Figura 4.8, observa-se que o Eurocode 2 e a NBR obtiveram resultados mais próximos da linha contínua, enquanto o ACI apresentou resultados mais dispersos. Em sua maioria, as lajes demonstraram um comportamento conservador em relação às normas

analisadas. Algumas lajes, como as de Moe, Drakatos et al. e Hanson & Hanson, mostraram resultados contra a segurança. Uma característica destacada é o alto valor para o perímetro crítico  $u_1$ , conforme foram utilizados para o ensaio experimental pilares com seções maiores, bem como alturas úteis de lajes também maiores.

Outro destaque foram as lajes ensaiadas por Stamenkovic and Chapman e Anis, que resultaram em valores bastante conservadores. Essas lajes apresentaram um perímetro crítico  $u_1$  baixo em comparação com as demais. Vale ressaltar que os resultados tendem a se concentrar em valores mais altos para  $v_u/v_{R,c}$  e valores mais baixos para  $v_m/v_{R,c}$ , indicando que as tensões provenientes dos momentos fletores não são adequadamente consideradas nas formulações das normas estudadas.

## 5. CONCLUSÃO

O presente trabalho buscou avaliar as disposições dos códigos normativos disponíveis em comparação com 120 modelo experimentais relatados na literatura, considerando a transferência de momentos desbalanceados nas ligações internas laje-pilar. Os resultados indicaram previsões a favor da segurança, porém, obtendo as medias da relação  $V_u/V_{R,teo}$  maior que 1.0, o que representa um certo conservadorismo para estimativas a ruptura por punção das lajes, observando também um coeficiente de variação (C.V.) para a amostra de dados coletada maior que 20% em todos as normas avaliadas.

As recomendações do ACI foram as que contiveram menos precisão, tendo a média de 1.29, coeficiente de variação de 31.15% e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,9594. Embora tenha considerado na sua atualização a utilização do size effect considerando com um limite de até 1.0, e a densidade dos agregados do concreto, estes parâmetros não trouxeram contribuição para com os resultados, tendo em conta as características das lajes coletadas, pois recaíram em 1. Em seguida, se teve para o Model Code 2010 uma media de 1.23. Haja visto que as recomendações para a previsão da resistência à punção da norma baseiam-se na teoria da fissura crítica apresentada por Muttoni e Schwartz (1991), Muttoni (2008) e Ruiz e Muttoni (2009), também apresentou um coeficiente de variação de 34.74% e coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,9363. Sendo assim, se o objetivo é explicar adequadamente o fenômeno a punção e realizar dimensionamentos econômicos precisos, é necessário reavaliar as normas considerando o conservadorismo presente nos resultados obtidos.

A NBR passou a utilizar uma limitação para a taxa de armadura de flexão ( $\rho$ ) em 0,02 e para o size effect ( $\xi$ ) em 2, se assemelhando com o Eurocode 2. Ambas obtiveram boas aproximações com os valores obtidos nos ensaios, tendo a norma brasileira alcançado a média de 1.14 e coeficiente de variação 24.56% e coeficiente de determinação, 0.9732. A norma europeia, a média de 1.15 com o coeficiente de variação de 24.68% e coeficiente de determinação, 0.9732.

Através dos resultados obtidos, observa-se que o modelo normativo do ACI não estabelece uma correlação satisfatória entre seus resultados teóricos e a tendência dos resultados experimentais, uma vez que omite elementos importantes, como a taxa de armadura de flexão e o efeito escala, e por levar em consideração a suposição de um modelo linear elástico. A partir da última atualização da NBR 6118, as recomendações se assemelharam as do

Eurocode 2:2014, limitando o size effect e a taxa de armadura. A norma brasileira foi a que melhor obteve correlação entre resultados teóricos e experimentais.

Os parâmetros escolhidos para análise apresentam complexidades na compreensão por meio das formulações matemáticas, uma vez que estão implícitos em outros parâmetros, e de acordo com Santos, 2018, ao examinar as formulações de cada norma, percebe-se a dificuldade de prever como essas cargas se comportam graficamente em relação a variáveis como a altura útil ( $d$ ). A altura útil não só aparece explicitamente nas fórmulas, mas também influencia vários outros parâmetros, como  $W$ ,  $J$ ,  $\beta$ ,  $u_1$ , tensões resistentes, entre outros. Isso significa que quando se altera a altura útil, todos esses parâmetros também mudam, mas não de uma maneira previsível.

A mesma complexidade ocorre ao considerarmos outros fatores, como as dimensões do pilar, a armadura de flexão, e a excentricidade da carga. A variação de qualquer um desses parâmetros provoca mudanças em uma série de outros parâmetros interdependentes, sem uma relação de variação determinada. Essa complexa interconexão de parâmetros complica a obtenção de uma previsão clara do comportamento gráfico das cargas resistentes em relação a esses fatores segundo Santos.

É comumente observado na literatura que ocorre uma redução significativa na capacidade de punção quando momentos desbalanceados estão presentes na conexão laje-pilar. No entanto, a maioria dos estudos e pesquisas se concentra na análise de punção concêntrica. Os códigos normativos utilizam equações empíricas que consideram o efeito das excentricidades por meio de métodos diferentes, como a redução do perímetro crítica ou o aumento na tensão de cisalhamento aplicada. No entanto, ainda falta um modelo baseado em princípios mecânicos que seja prático o suficiente para ser implementado nas normas de Projeto de concreto. Os modelos baseados em mecânica, como a teoria crítica de fissura de cisalhamento adotada no Model Code 2010, são desenvolvidos para casos de punção simétrica e utilizam métodos simplificados para estender seu uso à punção excêntrica.

Para o conjunto de dados analisado, os métodos empíricos apresentaram uma grande dispersão nos resultados das capacidades testadas em relação às previstas, conforme evidenciado pelos altos coeficientes de variação. Essa observação pode ser justificada pelo fato de que todos os métodos considerados foram originalmente desenvolvidos para punção simétrica, validados com testes de punção também concêntrica, e posteriormente estendidos para uso em punção excêntrica. Isso pode ser verificado na Figura 4.7, onde as tensões

provenientes dos momentos fletores não são adequadamente consideradas nas formulações das normas.

Portanto, conclui-se que, para o futuro desenvolvimento de códigos de projeto, deve-se dar mais atenção à punção excêntrica, onde ocorre a transferência de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar. As normas analisadas no presente trabalho apresentam boa aproximação quando comparadas com experimentos de ruptura à punção, apresentando resultados relativamente conservadores, podendo garantir confiabilidade e segurança para projetos de estruturas de concreto.

### **5.1. SUGESTÕES PARA ATIVIDADES FUTURAS**

Para complementar os resultados e conclusões apresentados neste trabalho, são sugeridas as seguintes atividades adicionais:

- Considerar a realização de novos programas de ensaios específicos e incluir essas pesquisas experimentais nas análises, a fim de obter mais dados nas amostras das séries. Isso contribuirá para melhorar a quantidade e a qualidade dos dados, fortalecendo os resultados obtidos;
- Além das lajes sem armaduras de reforço a punção, é recomendado incluir outras séries de lajes que contenham armadura de cisalhamento. Isso permitirá uma análise comparativa dos códigos normativos;
- Investigar as recomendações normativas sob o comportamento de outras situações de momento, considerando diferentes geometrias de pilares e furos adjacentes, ligações de canto e de borda. Isso envolve analisar casos em que as características dos pilares e dos furos variam, a fim de compreender como essas variáveis afetam o desempenho estrutural das lajes;
- Investigar a influência das configurações de ensaios experimentais diante as previsões normativas e propor parâmetros para padronizar estes ensaios, tendo em vista a variabilidade de configurações utilizadas nas pesquisas experimentais.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI Committee 318. (1956). **Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-56)**. Detroit, Michigan: American Concrete Institute.

ACI Committee 318. (1965). SP-010: **Commentary on Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-63)**. Detroit, Michigan: American Concrete Institute.

ACI Committee 318. (1970). **Proposed Revision of ACI 318-63 Building Code Requirements for Reinforced Concrete**.

ACI Committee 318. (1977). **Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-77)**. American Concrete Institute.

ACI Committee 318. (1986). **Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-86)**. American Concrete Institute.

ACI Committee 318. (1989). **Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-89)**. American Concrete Institute.

ACI Committee 318. (1995). **Building code requirements for structural concrete (ACI 318-95)**. American Concrete Institute.

ACI Committee 318. (2019). **Building code requirements for structural concrete (ACI 318-19) and commentary**. Farmington Hills, Michigan: American Concrete Institute.

ACI Journal. American Concrete Institute. ACI Committee 318. (1971). **Building code requirements for reinforced concrete (ACI 318-71)**. American Concrete Institute.

ACI-ASCE Committee 326. (1962). **Shear and diagonal tension: Part 3—slabs and footings**. Journal of American Concrete Institute, 59(3), 353–396.

ALBUQUERQUE, Nívea Gabriela Benevides de. **Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado Com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas**. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. 2014.

ALEXANDER, S. D. B e SIMONDS, S.H. **Shear moment transfer in slab column connections**. Structural Engineering Report n° 141. Department of Civil Engineering, University of Alberta. Edmonton, Alberta. July, 1986.

ALMEIDA, ANDRÉ F.O.; INÁCIO, MICAEL M.G. ; LÚCIO, VÁLTER J.G. ; Ramos, António Pinho. **Punching behaviour of RC flat slabs under reversed horizontal cyclic loading**. Eng Struct 2016; 117:204–19.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318 – **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-19) and Commentary**. Farmington Hills, EUA, 2019.

ANDERSON, J. (1966). **Preliminary Summary of Punching Shear of Concrete Slabs with Edge Columns**. Bulletin d'Information No. 58. Paris, France: Comité Européen du Béton.

ASCE-ACI Committee 426. (1974). **The Shear Strength of Reinforced Concrete Members—Slabs**. Journal of the Structural Division, 100(8), 1543–1591.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BAZANT, Z. P.; CAO, Z. **Size effect in punching shear failure of slabs**. ACI Structural Journal, V. 84-S6, Janeiro-Fevereiro, 1987, pp 44-53.

BIRKLE, G., **Punching of Flat Slabs: The Influence of Slab Thickness and Stud Layout**. PhD Thesis. Department of Civil Engineering, University of Calgary, Calgary, Canadá, 2004, 152 pp.

BROMS, C. E., **Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for Punching and Detailing for Ductility**. PhD Thesis. Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005, 114 pp.

BS EN 1992-1-1. **Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings**. British Standards Institution, 2004.

BS EN 1992-1-1:2004/AC:2010. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium. 2010.

BS EN 1992-1-1:2004/prA1:2013. **Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1 General rules and rules for buildings**. Brussels, Belgium. 2014.

Comité Euro-International du Béton. **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford, 1993.

CORDOVIL, F. A. B. **Punção em Placas de Concreto Armado**. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 393pp, São Paulo, 1995.

DI STASIO J., VAN BUREN M.P., **Transfer of bending moment between flat plate floor and column**. **ACI Journal Proceedings**, t. 57(9), p. 299–314. 1960.

DRAKATOS, I. S., MUTTONI, A., & BEYER, K. (2016). **Mechanical model for drift-induced punching of slab-column connections without transverse reinforcement**. **ACI Structural Journal**, 115(2), 463–474.

ELGABRY, A. A., AND GHALI, A., **Moment transfer by shear in column- slab connections**. **ACI Struct. J.**, 93(2), 187–196. (1996).

ELSTNER, R. C., & HOGNESTAD, E. (1956). **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs**. **ACI Journal Proceedings**, 28(1), 29–58.

FERREIRA MDP, OLIVEIRA MH, MELO GSSA. **Tests on the punching resistance of flat slabs with unbalanced moments**. **Eng Struct**. 2019.

FERREIRA, M. P. (2010). **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275p.

FERREIRA, M. P., **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 275pp, Distrito Federal, 2010.

GRAF, O. **Versuche über die Widerstandsfähigkeit von allseitig aufliegenden dicken Eisenbetonplatten unter Einzellasten**. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 88, Berlim, Alemanha, 1938. 22p.



GRAF, O. **Versuche über die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetonplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager**. Deutscher Ausschuß für Eisenbeton, Heft 73, Berlin, Alemanha, 1933. 16p.

HANSON, N.M. e HANSON, J.M (Apud ALEXANDER & SIMONDS, 1986). **Shear and Moment Transfer Between Concrete Slabs and Column**. Journal of the Portland Cement Association Research and Development Laboratories. Skokie, Illinois. Janeiro, 1968.

HAWKINS N.M.; BAO A.; YAMAZAKI J. (1989). **Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns**. ACI Structural Journal, t. 86(6), p. 705-716.

HAWKINS NM, MITCHELL D, HANNA SN. **The effects of shear reinforcement on reversed cyclic loading behavior of flat plate structures**. Can J Civ Eng. 1975.

HAWKINS, N. M., FALLSEN, H. B., & HINOJOSA, R. C. (1971). **Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures**. ACI Special Publication, 30, 127–146.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **fib Model Code for Concrete Structures 2010**. Ernst & Sohn, Berlin, 2013.

KAMARALDIN, K., **Punching shear and moment transfer in reinforced concrete flat slabs**. PhD thesis, Polytechnic of Central London, Nov. 1990, 278p.

KRÜEGER, G.; BURDET, O.; FAVRE, R. (2000). **Punching Strength of R.C. Flat Slabs with Moment Transfer. International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs**, Stockholm, 2000, p 333-341.

LAGUTA, Mikhail. **Effect of Unbalanced Moment on Punching Shear Strength of Slab-Column Joints**. University of Waterloo, Master of Applied Science in Civil Engineering, 2020.

LEONG, K. K.; TENG, S., **Punching Shear Strength of Slabs with Opening and Supported on Rectangular Columns**. Nanyang Technological University, Singapore, 2000.

LI, K. K. L., **Influence of Size on Punching Shear Strength of Concrete Slabs**. M. Eng. Thesis, McGill University, Montreal, Québec, 2000, 78 pp.

KAM, WENG Y., PAMPANIN, STEFANO., ELWOOD, KEN. **Seismic Performance Of Reinforced Concrete Buildings In The 22 February Christchurch (Lyttelton) Earthquake.** BULLETIN OF THE NEW ZEALAND SOCIETY FOR EARTHQUAKE ENGINEERING, Vol. 44, No. 4, December 2011

MARZOUK, H.; HUSSEIN, A. **Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs.** ACI Structural Journal, v. 88, n. 6. 1991.

MIRZAEI, Y. **Post punching behaviour of reinforced concrete slab-column connections.** In Proceedings of the 7th International FIB PhD Symposium, Stuttgart, Germany, 11–13 September 2008.

MOE, J. **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads.** Development Department Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, EUA, 1961. 129p.

MOEHLE, J. P. (1988). **Strength of Slab-Column Edge Connections.** ACI Structural Journal. V. 85, Nº. 1, Jan-Feb, 1988, pp. 89-98.

MOEHLE, J. P. (1988). **Strength of Slab-Column Edge Connections.** ACI Structural Journal, 13(14), 89–98.

MOEHLE, J. P., KREGER, M. E., & LEON, R. (1988). **Background to recommendations for design of reinforced concrete slab-column connections.** ACI Structural Journal, 85(6), 636–644.

NASCIMENTO, Alex Júnior Carvalho do. **Método da Superfície de Resistência Mínima ao Cisalhamento para Ligações Laje-Pilar com Armadura de Punção.** Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, 2020.

NETH, V. W., DE PAIVA, H. A. R., & LONG, A. E. (1981). **Behavior of Models of a Reinforced Concrete Flat Plate Edge-Column Connection.** ACI Structural Journal, 78(4), 269–275.

OLIVEIRA, D. C., **Punção em Lajes Lisas Concreto Armado com Furo Adjacente ao Pilar e Transferência de Momento, Dissertação de Mestrado,** Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, 221pp, Goiânia, 2012.

OLIVEIRA, D. R. C.; REGAN, P. E.; MELO, G. S. S., **Punching Resistance of RC Slabs with Rectangular Columns**. Magazine of Concrete Research, Vol. 56, No. 3, London, 2004, pp. 123-138.

OLIVEIRA, M. H., **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares**, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 223pp, Distrito Federal, 2013.

REGAN, P. E., **Behavior of reinforced concrete flat slabs**. Report 89, Construction Industry Research and Information Association (CIRIA); London, Feb. 1981, p 89.

REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W., **Punching Shear in Reinforced Concrete**. Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information, No. 168, Jan. 1985, 232 pp.

REGAN, P.E., WALKER P.R. e ZAKARIA K.A.A (Apud ALEXANDER & SIMONDS,1986). **Tests of Reinforced Concrete Flat Slabs**. CIRIA Project RP 220. Polytechnic of Central London. United Kingdom, 1979.

RICHART, F. E., **Reinforced Concrete Wall and Column Footings**. ACI Journal, Proceedings, V. 45, No. 10, Oct. 1948, pp. 97-127.

SAGASETA J.; MUTTONI A.; FERNÁNDEZ RUIZ M.; TASSINARI L. (2011) **Non-axisymmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement**. Magazine of Concrete Research. Paper 1000098. UK. 17 p.

SANTOS, Eduardo Veloso dos. **Punção Em Lajes Lisas: Métodos de Cálculo, Prescrições Normativas e Exemplos de Aplicação**. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, 223pp, Distrito Federal, 2011.

SECCI, L, LAPI, M, TEONI, E, PINHO RAMOS, A, ORLANDO, M. **Eccentric punching strength of continuous flat slabs—Analysis of different experimental setups. Structural Concrete**. 2021; 22: 1183– 1204. <https://doi-org.ez3.periodicos.capes.gov.br/10.1002/suco.202000267>

SHEHATA, I. A. E. M., **Punção Assimétrico em Lajes de Concreto**. In: Coloquia 88, Jornadas en Espanõl y Portugués sobre Estruturas y Materiales, 1988, Madrid. Anais do Coloquia 88, Jornadas en Espanõl y Portugués sobre Estruturas y Materiales. Madrid, 1988, V. 4, pp. 171-180.

SHERIF, A.G.; DILGER, W.H. (2000b). **Punching Failure of Full-Scale High Strength Concrete Flat Slabs, Proceedings, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs**, Stockholm, TRITA-BKN: Bulletin 57, KTH, Stockholm, Sweden, pp. 235-243, 2000.

SILVA, Carolina Ribeiro da. **Punção em Lajes de Concreto Armado com Furo e Transferência de Momento – Comparação de Normas**. Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo, SP, 2018.

SIMMONDS, S. H.; ALEXANDER, S. D. B. (1987). **Truss Model for Edge Column-Slab Connections**. ACI Structural Journal, V. 84, N°. 4, July-Aug. 1987, pp. 296-303.

SOUZA, R. M., **Punção em lajes lisas de concreto armado com furos adjacentes ao pilar e transferência de momento**. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 003A/2008, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2008, 407 p.

STAMENKOVIC, A. (1969). **Local strength of flat slab at column heads**. PhD Thesis, University of London, London, England.

STAMENKOVIC, A., CHAPMAN, J. C., **Local strength a column heads in flat slabs subjected to combined vertical and horizontal loading**. Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part 2, 57, Jun. 1974, pp 205-232.

TASSINARI, L., **Asymmetric punching of R/C slabs with shear reinforcement (in French: Poinçonnement asymétrique des dalles en béton armé avec armature de poinçonnement)**, Thèse EPFL No. 5030, Lausanne, Switzerland, 2011, p. 197.

VANDERBILT, M. D. **Shear Strength of Continuous Plates**. Journal of Structural Division, Proceedings, ASCE. v. 98. n. ST5. 1972.

VAZ RODRIGUES, R., FERNANDEZ RUIZ, M. AND MUTTONI, A., **Shear strength of R/C bridge cantilever slabs**. Engineering Structures 30(11): 3024–3033. (2008)

WERNECK, PRISCILA PINHEIRO DE TOLEDO. **Avaliação da Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado**. Universidade Federal do Rio de Janeiro 2017.

ZAGHLOOL, E. E. D. R. F. (1971). **Strength and behaviour of corner and edge column-slab connections in reinforced concrete flat plates**. PhD Thesis, University of Calgary, Calgary, Alberta.